

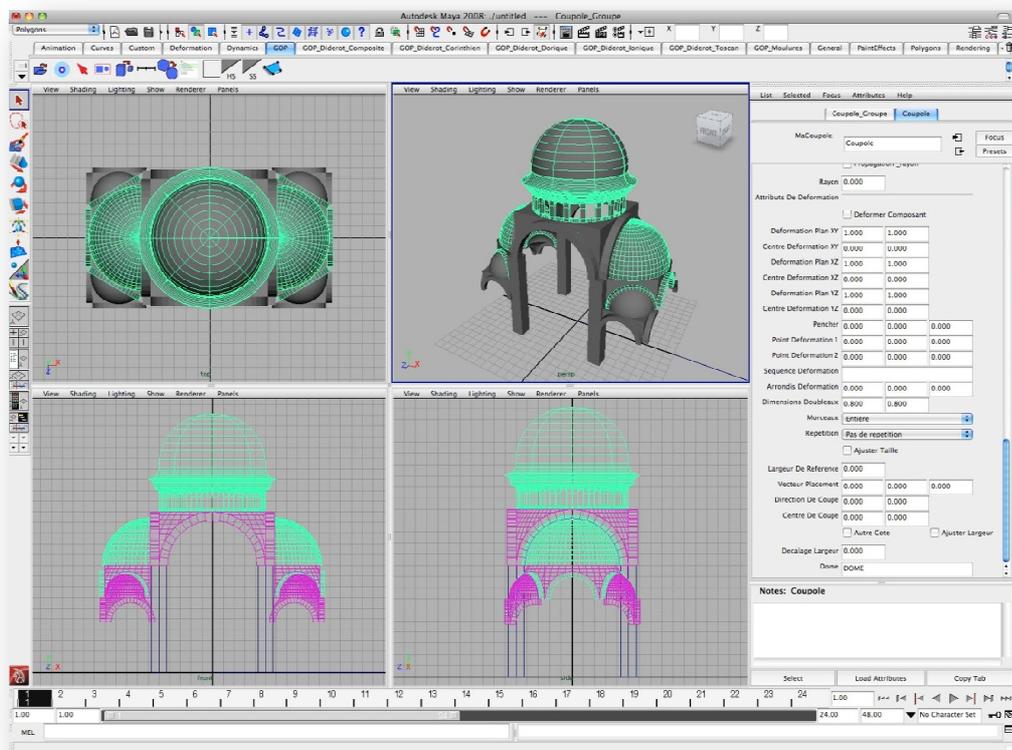
Université Henri Poincaré  
Institut National Polytechnique de Lorraine  
École Nationale Supérieure d'Architecture de Nancy

Mémoire de Master Design Global, spécialité  
« Modélisation et Simulation des Espaces Bâtis »

# Modélisation paramétrique

## Coupoles d'Orient & d'Occident

Présenté par Meguellati Atef



Laboratoire d'accueil :

MAP-CRAI

Centre de Recherche en Architecture et Ingénierie

Ecole d'Architecture de Nancy

Sous la direction de :

Jean-Pierre Perrin

Christine Chevrier

2008

## *Remerciements*

Je tiens à remercier Jean-Pierre Perrin, et Christine Chevrier, qui ont dirigé cette étude, pour leur soutien, leur attention et leurs conseils.

Merci à J-P Perrin pour son patient travail de correction. Merci à C. Chevrier pour son aide constant et minutieux tout au long de ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Jean-Claude BIGNON pour m'avoir accueilli à la formation Design Global, MSEB. Et j'adresse mes remerciements à tous les membres du laboratoire Map-Crai, tout particulièrement, Jérôme Lotz, Didier Bur, Gilles Halin, Salim Belblidia, Pascal Humbert, Daniel Leonard, et Sylvain KUBICKI pour la transmission de leur savoir. Ainsi que les étudiants Amar et Tina pour les moments passés ensemble.

## Sommaire

### I. Introduction :

1. Cadre de stage : .....	5
2. Problématique : .....	6

### II. Etat de l'art

1. Outils d'acquisition des données spatiales : .....	7
1.1 L'acquisition photogrammétrique .....	7
1.2 L'acquisition par scanner laser 3D:.....	8
2. Techniques de modélisation géométrique : .....	8
2.1 La modélisation géométrique à partir d'un nuage de points: .....	8
2.1.1. Modélisation à l'aide de primitives géométriques.....	9
2.1.2. Modélisation par un maillage polygonal.....	9
2.1.3. Consolidation hybride de différentes techniques : .....	10
2.2 La modélisation selon une base de connaissances architecturales : .....	11
2.2.1. Modélisation à partir de bibliothèques « métier » .....	11
2.2.2. L'étude et la formalisation de la nature géométrique des éléments architecturaux : .....	11
3. Modélisation paramétrique à l'aide de GOP: .....	12

### III. Etude de la coupole

Démarche : .....	13
I. Etude architecturale de la coupole : .....	13
1. Introduction .....	13
2. Définition : .....	14
3. Spatialisation: .....	14
3.1 Architecture romaine .....	14
3.2 Architecture Byzantine : .....	16
3.3 Architecture Islamique : .....	17
3.4 Architecture Romane : .....	18
4. Composition: .....	19
4.1. Les éléments principaux:.....	20
4.2. Les éléments secondaires: .....	22
II. Etude géométrique et paramétrage: .....	23

II.1. Organigramme typologique, Plan carré:.....	24
II.1.1. Plan Carré: .....	26
1. Passage direct du carré au cercle :.....	26
1.1. Coupole sur Pendentifs.....	26
1.1.1. Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre :.....	26
1.1.2. Courbe génératrice des pendentifs en Arc Brisé: .....	29
1.1.3. Cas particulier, Coupole contrebutée par deux demi-coupoles :.....	37
1.2. Coupole sur Stalactites (Muquarnas) : .....	39
1.3. Coupole sur un système de Triangles:.....	42
2. Passage indirect du carré au cercle :.....	43
2.1. Transition octogonale :.....	43
2.1.1. Trompes en cul-de-four.....	43
2.1.2. Trompes en suite d'arcs concentriques : .....	47
2.1.3. Trompes coniques : .....	47
2.1.4. Trompes en Muquarnas:.....	48
II.1.2. Organigramme typologique, Plan rectangulaire:.....	51
1. Passage direct du rectangle au cercle :.....	51
2. Passage indirect :.....	51
2.1. Dans l'architecture Occidentale : .....	51
2.2. Dans l'architecture Islamique :.....	52
II.2. Paramétrage des éléments secondaires:.....	59
1. Cas des coupoles Suleymaniyé (on a donné ce nom aux coupoles contrebutées de deux demi-coupoles, dans le cas d'un passage direct.).....	59
2. Cas des coupoles Mihrimah (coupoles avec arcs doubleaux en plein cintre, PD.) .....	60
3. Cas des coupoles Sélimyé (dans le cas d'un passage indirect.) .....	62
Conclusion : .....	64
<b>IV. Exemples réalisés avec GOP</b> .....	65
Table des figures .....	72
Bibliographie .....	74

## **Introduction :**

Architectes et archéologues étudient depuis de nombreuses années les possibilités d'appropriation des techniques modernes d'acquisition et de modélisation permises par le développement de l'informatique afin de développer leurs champs d'investigations respectifs. L'évolution des techniques d'acquisition aboutit aujourd'hui à des relevés tridimensionnels précis extrêmement fiables et rapides à exécuter. Ces possibilités sont à l'origine d'une demande de modèles numériques 3D générés à partir de ces mesures et relevés. L'automatisation de la reconstruction des composants les plus courants pourrait faciliter ce travail 3D et produire des constructions précises, cohérentes et réutilisables.

Nous allons dans un premier temps préciser le cadre de ce travail de stage avant d'aborder la problématique.

### **1. Cadre de stage :**

Le laboratoire dans lequel nous avons effectué notre travail de stage est un laboratoire de recherche universitaire rattaché à l'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Nancy, le Map-Crai (Centre de Recherche en Architecture et Ingénierie). Le Map-Crai poursuit des recherches autant fondamentales qu'appliquées dans « le domaine des modèles, de la simulation d'ouvrage, des méthodes et outils informatiques relatifs à la conception architecturale, urbaine et technique » [www.Map-Crai].

Le Map-Crai est intégré au sein de l'unité mixte de recherche 694 MAP (Modèles et simulations pour l'Architecture, l'urbanisme et le Paysage), commune au CNRS et au Ministère de la Culture et de la Communication.

L'UMR 694 MAP regroupe 5 laboratoires et effectue une recherche pluridisciplinaire. Le programme de recherche est organisé en quatre thèmes et ce travail se positionne dans le premier intitulé : « outils numériques et patrimoine architectural ». Ce thème intègre ainsi l'un des axes de recherche du Map-Crai qui s'intitule « Simulation et visualisation pour l'architecture ».

## 2. Problématique :

L'acquisition, le traitement et le rendu d'information dimensionnelles concernant le patrimoine bâti a connu, dans ces dernières années un progrès significatif grâce à l'introduction de nouveaux dispositifs de mesure et à l'exploitation de techniques numériques de traitement des données. Par contre, si certains de ces outils et techniques fournissent un degré d'automatisation de plus en plus important, beaucoup de problèmes restent ouverts si l'on essaie d'évaluer leur efficacité par rapport aux exigences qu'une représentation architecturale requiert.

Dans la modélisation à partir du relevé, les résultats obtenus par les procédures de reconstruction automatique consistent essentiellement en une interpolation géométrique de données métriques. En revanche, pour être conforme aux objectifs d'une représentation architecturale, le processus de restitution tridimensionnelle d'une réalité observée doit nécessairement faire référence à un univers de connaissances architecturales.

Dans ce sens, la mise en cohérence des procédures possibles de traitements numériques par rapport aux théories et règles architecturales forme un problème important qui doit être adressé.

La modélisation paramétrique permet de conduire des opérations de reconstruction 3D, en se basant sur des sources de données variées comme des photographies et des acquisitions laser faisant référence à un ensemble de connaissances historiques spécifiques au tracé des formes architecturales, elle a facilité l'automatisation de la reconstruction des composants les plus courants, mais constituer une bibliothèque d'objets architecturaux paramétrés reste un travail long porteur de résultats intéressants pour l'ensemble des utilisateurs potentiels.

Développer une approche en vue de faciliter la modélisation 3D, nécessite de s'intéresser, et aussi d'analyser les divers travaux de recherche effectués dans ce domaine.

Donc nous allons aborder en premier les outils utilisés pour l'acquisition des données, puis les différents techniques de modélisation et enfin quelques travaux accomplis sur la modélisation paramétrique.

## 1. Outils d'acquisition des données spatiales :

### 1.1 L'acquisition photogrammétrique

La photogrammétrie qui a fortement évolué depuis sa première application réalisée par Aimé Laussedat en 1849. Pendant très longtemps, cette méthode utilisait le principe de la vision stéréoscopique pour réaliser la correspondance entre les points homologues des deux prises de vue.

L'équipe MAP-PAGE dispose de trois modes de restitution: les restitutions stéréo analytique et numérique ainsi que la restitution multi images numérique, pour traiter les données issues du relevé photogrammétrique [Conf03] :

1.1.1. La stéréoscopie est la première technique employée en photogrammétrie. Deux clichés photographiques d'un même objet, pris à partir de deux points de vue différents procurent un effet spatial (stéréoscopique) de l'objet. La stéréoscopie impose quelques contraintes : le parallélisme des prises de vue, le respect de la base (entre 1/5e et 1/15e de la distance à l'objet). Fig01

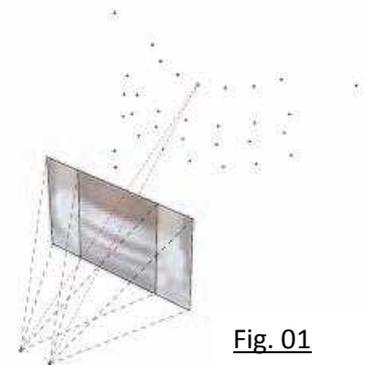


Fig. 01

1.1.2. La photogrammétrie multi-images, moins contraignante pour la prise de vue et la restitution, permet la reconstitution de la troisième dimension par l'usage de plusieurs points de vue différents. Cependant quelques règles doivent être suivies afin d'optimiser la saisie de données : faire des prises de vue dont les axes se rapprochent de 90° pour minimiser les erreurs, produire des images sans masque de l'objet, pour les textures mais aussi chercher le plus de recouvrement possible, éviter les vues avec un fort effet de perspective (la précision

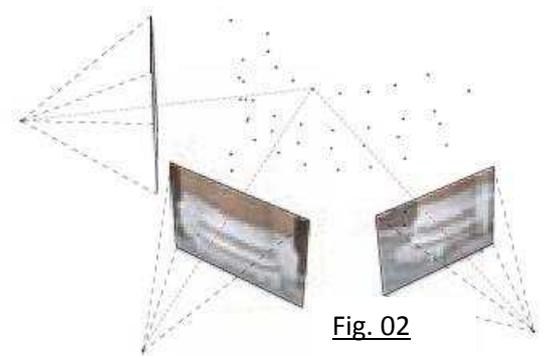


Fig. 02

varie entre le premier plan et le fond de l'image). On favorisera un minimum de trois images en recouvrement (une première perpendiculaire à l'objet et deux autres perpendiculaires entre elles). Fig02

1.1.3. Les caméras numériques ont été utilisées pour les deux techniques tandis que les caméras argentiques n'ont été utilisées que pour faire des couples stéréoscopiques. La technique multi-image s'est développée parallèlement aux appareils numériques, ceux ci ont été favorisés afin d'éviter de scanner les images, procédure relativement longue et fastidieuse.

## 1.2 L'acquisition par scanner laser 3D:

D'une manière générale deux grandes techniques d'acquisition utilisent le rayon laser : la télémétrie laser et la triangulation. La télémétrie laser utilise la mesure du temps de parcours d'un rayon lumineux jusqu'à l'objet mesuré. La triangulation ; les dispositifs de mesure sont associés à un système mécanique afin d'augmenter le nombre de points relevés par balayage. Ces technologies de relevé dépendent des principes de l'optique : les parties cachées ou zones d'ombres imposent la multiplication des prises de vue autour de l'objet relevé [GOU99].

## 2. Techniques de modélisation géométrique :

Aujourd'hui, plusieurs fonctionnalités sont implémentées dans les logiciels de CAO (AutoDesk Products<sup>1</sup>, Graphisoft Pruducts<sup>2</sup>... ) permettant de tracer des lignes ou des courbes dans l'espace, et de générer des surfaces. Certains logiciels permettent de manipuler des surfaces NURBS (Autodesk Maya®).

Mais l'utilisation d'un relevé à main levée, de plans architecturaux en 2D et d'un logiciel de CAO pour la modélisation reste la méthode la plus consommatrice en temps.

### 2.1 La modélisation géométrique à partir d'un nuage de points:

Les différentes modalités d'acquisition basées sur l'image ou sur le balayage laser permettent l'enregistrement des données d'objet avec différents niveaux de détail, dans les deux cas on peut considérer le résultat de la phase d'acquisition comme un nuage de points.

Et habituellement, les nuages de points ne sont pas suffisants comme résultat final de documentation. Ils pourraient être considérés comme des moyens d'archiver la géométrie d'un objet en prévision d'exploitations futures pour une reconstruction tridimensionnelle des surfaces.

---

<sup>1</sup> AutoCAD®, AutoCAD Civil 3D®, Autodesk® 3ds Max®, Autodesk® Maya®, Autodesk® Inventor®

<http://www.autodesk.com>

<sup>2</sup> ArchiCAD <http://www.graphisoft.com>

### 2.1.1. Modélisation à l'aide de primitives géométriques

Elle est utilisée lorsque l'objet numérisé est composé de primitives géométriques simples (point, segment, courbe, plans, cylindres, sphères...) Chacune de ces primitives est définie par des paramètres géométriques qui permettent de l'adapter précisément au nuage de points [GOU99]. Cette modélisation est très longue en raison de la complexité géométrique de l'objet modélisé.

EC 1D	EC 2D	EC 3D
Le point géométrique	La droite	La sphère
	Le segment	Le cylindre
	Le cercle	Le tore circulaire
	L'arc de cercle	Le tore rectangulaire
	L'ellipse	Le cône
	L'arc d'ellipse	Le cône excentré
	La courbe composite	L'ellipsoïde de révolution
	Le plan	La boîte
	La droite	La pyramide

### 2.1.2. Modélisation par un maillage polygonal

Le maillage, appelé aussi facettisation ou polygonisation, est certainement l'étape la plus adaptée pour obtenir un modèle polygonal cohérent, beaucoup de méthodes ont été développées [Mencl et al 98] pour créer une représentation (triangulaire) régulière et continue de maille à partir d'un nuage de points. Cette méthode permet de reconnaître des nuages de points d'objets de types complexes (statuaires, détails architecturaux, etc.) et de produire des fichiers destinés à la stéréolithographie<sup>3</sup> (fichiers STL). Par ailleurs l'optimisation de ces maillages permet de diminuer considérablement le volume des données avec une perte d'information éventuelle. Cette méthode de modélisation est adaptée à la création de modèles «Tels que Saisis ».

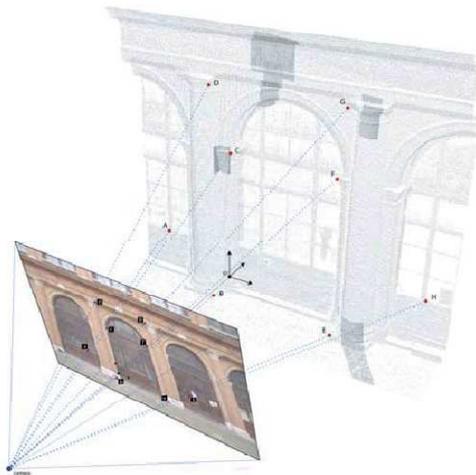
**Fig.3** La restitution d'un décor sculpté. Façade sur jardin de l'hôtel de Sully a paris.



<sup>3</sup> La stéréolithographie est une technique dite de prototypage rapide, qui permet de fabriquer des objets solides à partir d'un modèle numérique. L'objet est obtenu par superposition de tranches fines. Wikipedia®

### 2.1.3. Consolidation hybride de différentes techniques :

La collecte de données dimensionnelles d'un objet architectural nécessite en général un nombre très important de relevés. Même en utilisant différents dispositifs d'acquisition à la fois, il est rare d'arriver à collecter une quantité d'informations satisfaisantes pour plusieurs exploitations dans une seule campagne. Un problème important est alors celui de concevoir un système capable d'intégrer des acquisitions provenant de différents dispositifs et éventuellement effectués à des moments différents. Dans ce sens, on s'est concentré sur l'identification d'une stratégie d'acquisition exhaustive qui prend en compte non seulement la complexité géométrique et la variété d'éléments de l'édifice étudié, mais aussi un ensemble de modalités d'extraction d'informations nécessaires pour l'élaboration de représentations multiples. Plus précisément il s'agit d'une méthode d'acquisition conjointe (par scanner laser et photo numérique) et de la fusion des données résultantes. La fusion de données est basée sur une méthode de recalage 2D/3D, c'est-à-dire la mise en place d'une image par rapport à un objet 3D (voir Fig. 4 & 5). [DE LUCA06]



**Fig.4.** L'orientation d'une photographie sur le nuage de points.



**Fig.5.** Superposition photographie/nuage de points

## 2.2 La modélisation selon une base de connaissances architecturales :

### **2.2.1. Modélisation à partir de bibliothèques « métier »**

La modélisation à partir de bibliothèques « métiers » paramétriques, également utilisée sous 3D Ipsos<sup>4</sup>, est basée sur une logique de modélisation à partir de bibliothèques prédéfinies selon des tables de normalisation en vigueur dans divers corps de métier. Cette méthode peut se révéler intéressante, cependant les bibliothèques existantes, très spécifiques, ne possèdent pas les primitives ou les objets architecturaux nécessaires à la modélisation architecturale en général. [FUC06]

### **2.2.2. L'étude et la formalisation de la nature géométrique des éléments**

#### **architecturaux :**

Pour la restitution de la morphologie d'un l'édifice, DE LUCA a une démarche qui s'appuie sur un constat:

« La représentation analytique d'un objet d'architecture doit s'appuyer sur l'interprétation des éléments qui le composent au travers l'exploitation de connaissances spécifiques. »

À partir d'une analyse géométrique des différentes parties d'un édifice et en ayant comme objectif sa description sémantique, le travail s'est concentré sur la définition d'une méthode pour la reconstruction géométrique à partir de profils [DE LUCA06].

Cette thèse propose une approche permettant de conduire les opérations de reconstruction 3D en faisant référence à un ensemble de connaissances historiques spécifiques au tracé des formes architecturales. Ainsi, un modèle de description sémantique sert de dénominateur commun entre différentes représentations et jeux d'informations extraites à partir du relevé.

Mais leur travail est surtout basé sur des moulures et des profils. Et ne manipulent pas de formes plus complexes ou composées (cannelures, lamier, porte, fenêtre, fronton) pour une génération automatique.

### **Conclusion :**

Il ressort de cette présentation d'outils de modélisation la nécessité de développement d'un outil plus spécifique aux objets architecturaux, capable de manipuler des formes plus complexes.

Pour cela, les chercheurs au sein du laboratoire du CRAI travaillent sur la modélisation paramétrique, et développent un outil interactif appelé GOP : génération d'objets paramétrés<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> <http://www.trimble.com>

<sup>5</sup> GOP: plugins pour Maya, conçu et développé au laboratoire CRAI.

### 3. Modélisation paramétrique à l'aide de GOP:

De nombreux architectes et théoriciens, de Vitruve (1996) aux architectes du 17<sup>ème</sup> siècle ont décrit les styles antiques et classiques.

Ces études théoriques et règles architecturales faites sur les différents composants architecturaux (voûte, porte, fenêtre, colonne). Ont permis de décrire chaque élément avec ses propres paramètres. De développer l'objet C++ correspond dans GOP, puis créer l'élément architectural, et le répertorier dans un fichier de bibliothèque d'objets paramétrés.

Quand l'utilisateur choisit un objet prédéfini dans la bibliothèque (choix dans un menu de l'interface), celui-ci est créé par GOP en temps réel avec les valeurs des paramètres lues dans le fichier. Il peut ensuite être ajusté en modifiant les paramètres, pour adapter la forme à plusieurs situations pratiques. [POG.2007]

Exemple : La modélisation paramétrique d'une voûte Gothique [khal07].

Le but du projet était d'étudier les types de tracés d'une voûte, en se basant sur des règles appartenant au style gothique.

Hiérarchiser et identifier la voûte d'ogive selon un organigramme typologique qui identifie ses variations et complexités.

Ainsi la modélisation de la voûte se fait par le paramétrage de chaque élément composant (Arc doubleau, formeret, ogive...).

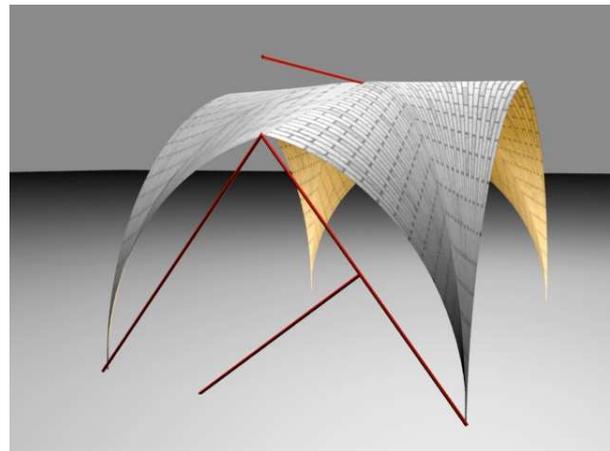


Fig.6. paramétrage des arcs doubleaux.

### Conclusion

Actuellement au CRAI, les styles étudiés et générés avec l'outil GOP sont: les styles classiques avec les 5 ordres (toscan, dorique, ionique, corinthien et composite), et certains éléments du style gothique.

Dans l'objectif d'étendre à d'autres styles architecturaux, j'ai choisi comme objet d'étude un ouvrage universel, « la coupole », cette étude portera sur le paramétrage des différents types de coupole suivant un organigramme typologique, et aboutira à la programmation de nouveaux composants pour les styles Byzantin, Islamique, et roman occidental.

## Démarche :

A partir de ce que nous avons tiré de l'analyse des différentes techniques de modélisation dans l'état de l'art, et dans le but d'aborder d'autres styles architecturaux au niveau de la modélisation paramétrique avec l'outil GOP, notre approche de travail a été divisée en trois phases :

- La première est l'élaboration d'un organigramme typologique de la coupole, à travers une analyse :
  - Architecturale, des différents systèmes constructifs adoptés entre l'Orient et l'Occident (Romain, Byzantin, Islamique, et Roman).
  - Géométrique, des différentes solutions de transition entre le plan carré de base et le cercle de la coupole, en se basant sur les tracés géométriques, plans et analyses faites par des théoriciens de l'architecture, comme Viollet-le-Duc (Dictionnaire raisonné d'architecture Française XIe au XVIe S ), ou plus récemment Jean-Jacques Terrin (La quadrature du cercle).

Pour les types de coupoles dont on n'a pas trouvé suffisamment de documentation, on a élaboré des hypothèses de tracés géométriques à la manière des théoriciens cités avant, puis on a tenté de les paramétrer théoriquement dans une deuxième étape, et enfin de les confirmer avec la génération dans l'outil GOP.

- La seconde est le paramétrage théorique des différents types en se basant sur l'organigramme typologique déjà fait.
- La dernière phase est la programmation avec l'outil GOP, et la classification des coupoles dans une bibliothèque d'objets paramétrés, qui pourront ensuite s'adapter aux nuages de points, en faisant varier les différents paramètres. (la phase de programmation est faite par mes encadreurs).

## I. Etude architecturale de la coupole :

### 1. Introduction

*« La coupole est un ouvrage universel, la plupart des civilisations en ont bâti. Certaines l'ont utilisée pour construire leurs demeures les plus modestes. Toutes l'ont consacrée à leurs édifices les plus sacrés. Elle contient elle-même une dimension mythique qui s'explique par la spéculation propre à tout peuple sur son retour aux sources et par le lien qu'il établit inconsciemment entre la coupole et la grotte originelle. Elle prend une résonance politique enfin quand elle magnifie l'expression du pouvoir par sa centralité... existe-t-il géométrie plus symbolique qu'une sphère surmontant un cube ? » [Terrin1997]*

Cependant une coupole est une construction complexe. Elle nécessite des connaissances techniques et géométriques approfondies lorsqu'on veut la construire sur un plan carré ou rectangulaire.

« *Les bâtiments sont le plus souvent dessinés sur un principe orthogonal, la complication vient du fait que la demi-sphère de la coupole ne repose naturellement que par quatre points, au mieux par huit, sur les murs orthogonaux qui la supportent, ce qui n'est pas suffisant pour assurer sa stabilité. Une continuité est indispensable entre la voute sphérique et les murs porteurs pour que les poussées horizontales et verticales qu'il engendre ne soient pas excessives* » [Terrin1997].

On mesure donc l'importance de l'articulation entre la courbe de la coupole et la droite du mur, élément de construction qui a nécessité des siècles d'expérimentation et de mise au point.

## 2. Définition :

Coupole,

*S. f. Voûte hémisphérique, ou engendrée par deux courbes se coupant au sommet, ou par une demi-ellipse posée sur plan circulaire ou polygonal, soutenue sur quatre arcs doubleaux ou sur des murs pleins* [Viollet-le-Duc.1978].

Le vocabulaire de l'architecture, définit la coupole comme une voute circulaire, un ouvrage de maçonnerie donc, construit en brique, en pierre, voire en béton. Sa forme est engendrée par la rotation d'une courbe autour d'un axe. Cette courbe peut être circulaire, elliptique, parabolique. Le plan sur lequel elle s'élève peut être lui-même circulaire, elliptique, carré ou polygonal.

Selon Jean-Jacques Terrin, ce qui est le plus important, c'est que la coupole comme toute voûte se définit par rapport à son intrados, son profil interne, et donc par rapport à l'intérieur de l'édifice. Elle se différencie du dôme qui n'est qu'un toit, celui-ci peut surmonter n'importe quel type d'espace, il peut à la limite n'avoir aucune relation avec l'espace qu'il abrite. Donc il n'a pas de réalité intérieure. La coupole par contre a pour vocation de générer un espace intérieur.

« *Dômes et coupoles peuvent être et sont parfois associés mais chacun remplit un rôle différent. Le dôme est une composante du paysage urbain, la coupole, un espace intérieure centralisé* » [Terrin1997].

## 3. Spatialisation:

### 3.1 Architecture romaine

Diverses constructions situées à Rome montrent qu'à l'époque d'Hadrien, les architectes romains avaient préféré éluder le problème de passer d'un carré de base à un cercle de couverture, en construisant leurs coupoles sur des murs circulaires ou formant un assez grand nombre de pans. [Saudan1989]

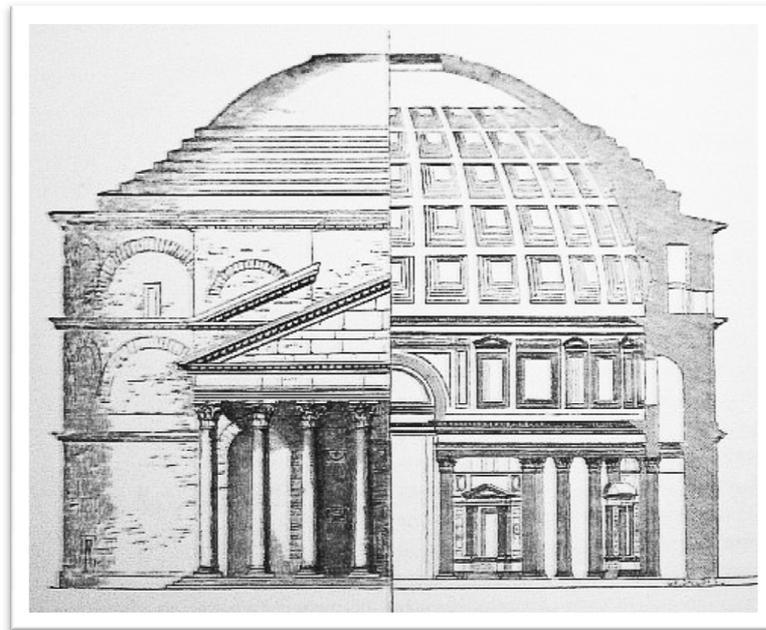
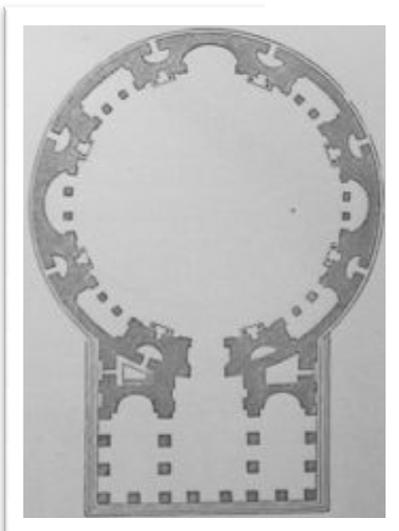
Panthéon de Rome

Fig.7. Façade coupe du Panthéon de Rome



La rotonde est un mur parfaitement circulaire de 58 m de diamètre extérieur qui forme une double paroi de près de 7 m d'épaisseur. Sa partie intérieure, d'un rayon de 21,7 m égal à sa hauteur intérieure, assure un double rôle : elle forme le décor de la cella<sup>6</sup>, et elle soutient le poids de la coupole. Ce mur intérieur est subdivisé en deux niveaux horizontaux :

Le niveau inférieur est évidé par sept exèdres, alternativement semi-circulaires et trapézoïdales (voir plan). L'entrée constitue la huitième exèdre.

Le niveau supérieur, délimité par deux corniches circulaires, est un décor de transition, alternant de fausses fenêtres carrées.

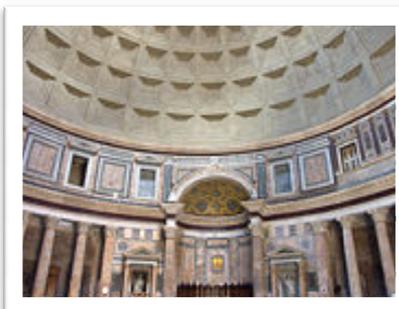
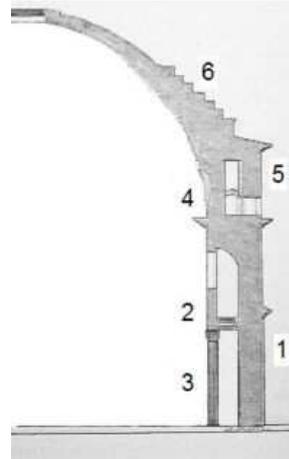


Fig.8. &amp; 9 Plan, photo d'intérieur Panthéon de Rome

<sup>6</sup> La **cella** (mot dérivé du latin *celare*, cacher et qui désigne un local fermé) est la partie close d'un temple romain, généralement de forme rectangulaire, parfois ronde (par exemple le temple de Vesta ou le Panthéon de Rome). Elle s'ouvre sur l'avant du temple par une porte à deux battants.

**Fig.10.** Coupe du mur de la rotonde

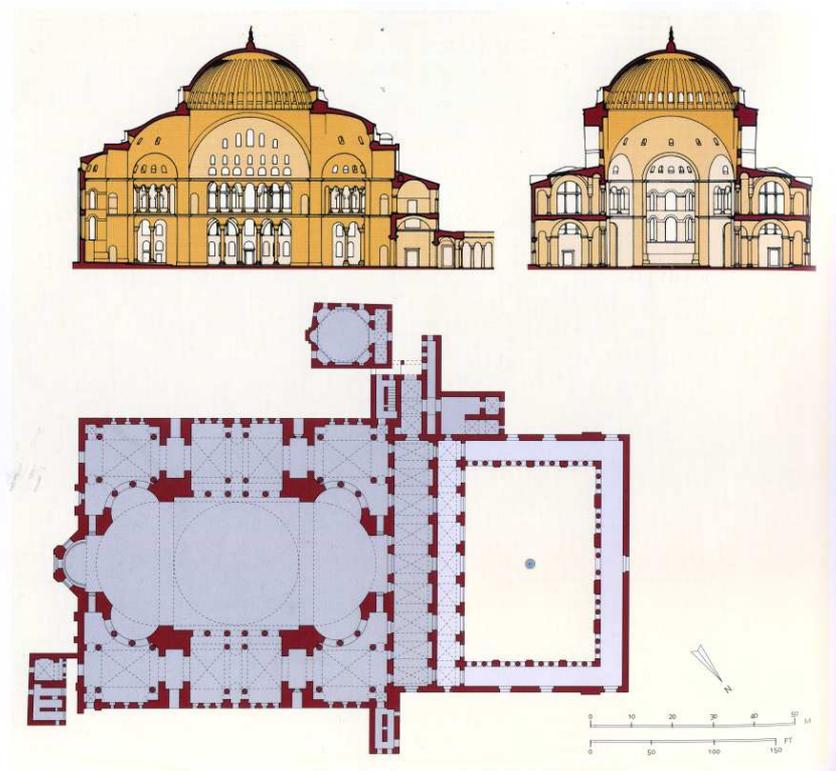
- 1) Extérieur.
- 2) Intérieur.
- 3) Exèdre et colonne alternant avec les piliers pleins.
- 4) Base de la coupole.
- 5) Surélévation du mur.
- 6) Anneaux de charge.



### 3.2 Architecture Byzantine :

Il est peu croyable que la célèbre coupole de Sainte-Sophie ait été la première coupole sur pendentif. Le coup d'essai eût été bien hardi, puisque cette coupole est d'un diamètre supérieur à toutes les autres voûtes sur pendentifs qui existent.

L'idée d'élever une coupole sur pendentifs vint-elle naturellement aux architectes byzantins à la suite d'essais, ou leur fut-elle suggérée par l'étude de monuments orientaux inconnus aujourd'hui?... [Viollet-le-Duc.1978].

**Fig.11.** Sainte-Sophie, Byzance, 532 AP. J-C

Sa coupole de 31 m de diamètre s'élève à 55 m du sol. Entourée à sa base par 40 fenêtres, elle paraît de l'intérieur quasi suspendue dans le vide.

Cependant Jean-Jacques Terrin<sup>7</sup> confirme que les Byzantins ont utilisé les trompes d'angle Perse pour la construction de leurs premières églises, ensuite à la recherche d'une articulation cube sphère plus simple qui symbolise lisiblement la transition entre terre et ciel, ils ont adapté le pendentif, s'inspirant des premières expériences Syriennes.

### 3.3 Architecture Islamique :

Les coupoles sont plus présentes dans l'architecture islamique que dans toute autre. Elles sont l'élément le plus emblématique de ce que Georges Marçais a appelé le dernier né des arts du vieux monde. [Terrin1997].

Parmi ces premières réalisations, le dôme de rocher, situé sur l'esplanade du temple de Jérusalem, la technique et la forme architecturale du bâtiment s'inspirant des martyriums byzantins. Ses tracés géométriques sont très similaires à ceux de nombreuses églises chrétiennes et notamment à la rotonde du Saint-Sépulcre.

Le dôme du Rocher est réalisé en bois, sa charpente supporte deux coques, l'une extérieure légèrement bulbeuse et pointue, l'autre intérieure parfaitement hémisphérique.



**Fig.12. Dôme du Rocher, Jérusalem, 688 AP. J-C**

---

<sup>7</sup> Jean-Jacques Terrin, la quadrature du cercle, coupoles d'orient et d'occident

Pour assurer la transition entre un plan carré et la calotte hémisphérique de sa coupole, les premiers architectes musulmans utilisèrent :

- Des trompes d'angle : Cette technique est née en Iran au troisième siècle de notre ère, elle avait alors été transmise en occident par la Syrie et l'Arménie. Le temps que les architectes byzantins lui avaient préféré de passer au pendentif.
- Des muquarnas : sont des constituants majeurs de l'identité du style de l'architecture islamique. Il existe pourtant des différences régionales : souvent construits en brique, par niveaux successifs, en Iran ou en Irak, on les verra plutôt taillés dans la pierre en Syrie et en Égypte.

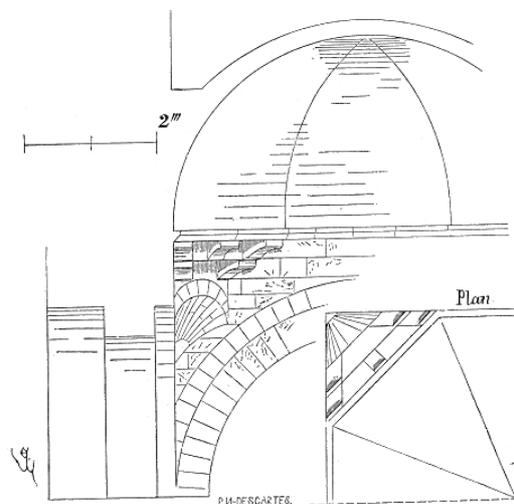


**Fig.13.** Muquarnas de la Suleymaniye, Istanbul

### 3.4 Architecture Romane :

« Nous ne voyons plus paraître les coupoles avec pendentifs en dehors des provinces occidentales pendant l'époque romane, et dans ces contrées même, à la fin du XI<sup>e</sup> siècle et au commencement du XII<sup>e</sup>, les trompes, les encorbellements les remplacent fort souvent. Les pendentifs étaient évidemment une importation qui ne fut pas parfaitement comprise des constructeurs, et dont l'appareil inspira toujours une certaine défiance aux architectes, lorsqu'ils eurent à élever de grands édifices. Mais sur les bords de la Charente on rencontre quantité de petites églises à coupoles sur pendentifs, bien conçues et bien exécutées. » [Viollet-le-Duc.1978].

L'église de la ville de Montbron, située à l'est d'Angoulême, et qui s'éloigne du pays où la coupole sur pendentifs fut généralement adoptée, non plus une calotte hémisphérique sur la croisée, mais une coupole à huit pans, portée sur quatre trompes surmontées de corbeaux en encorbellement. Cette méthode fut généralement suivie, pendant les XI<sup>e</sup> et XII<sup>e</sup> siècles, dans le Limousin, en Auvergne, dans une partie du Lyonnais, et jusque dans le Nivernais.



**Fig.14.** Coupole d'église Montbron

#### 4. Composition:

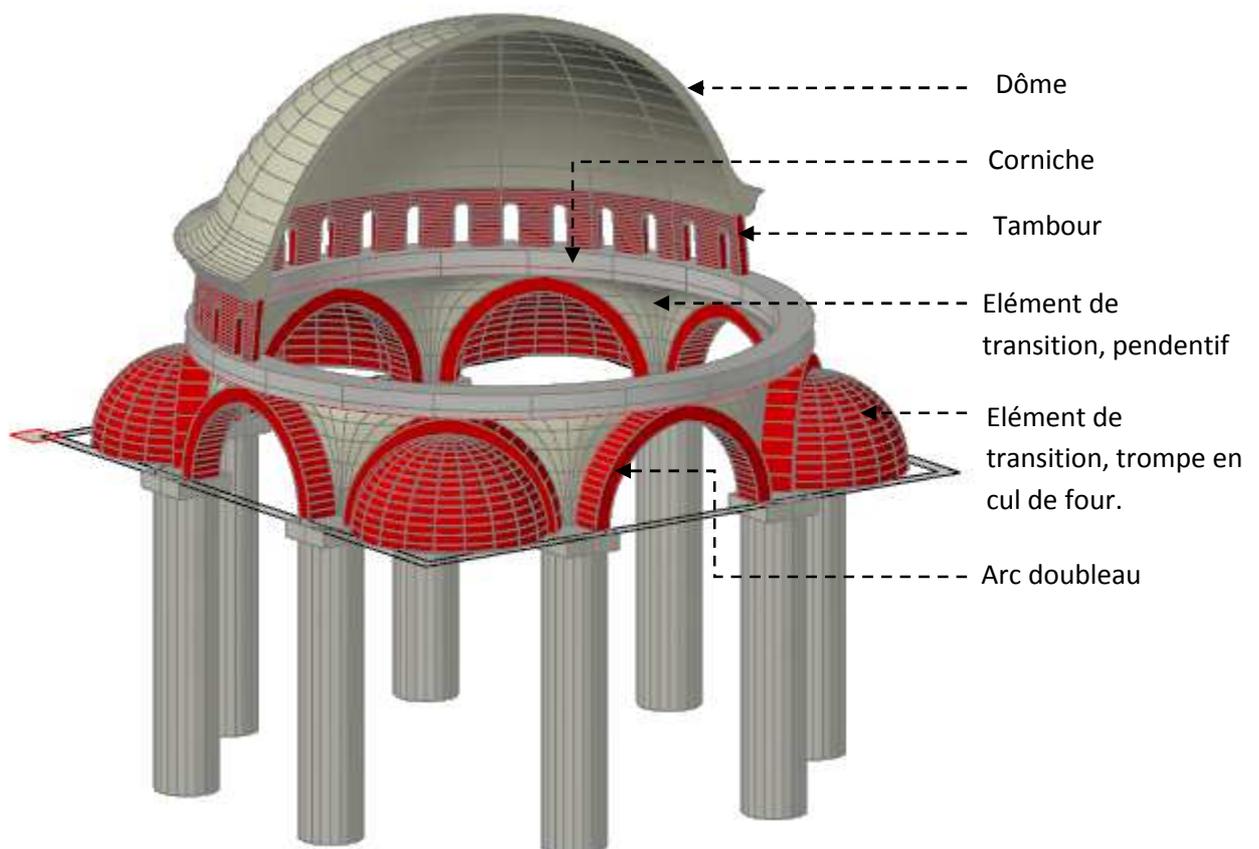
Comme la coupole est définie par rapport à son intrados, et par rapport à l'espace intérieur ; on a classifié ses composants en deux types d'éléments :

##### 1. Eléments principaux :

- a) Arcs doubleaux.
- b) Eléments de transition :
  - Pendentifs.
  - Trompes.
  - Muquarnas.
- c) dôme.

##### 2. Eléments secondaires :

- a) Tambour.
- b) Mur tympan.
- c) Ouvertures.
- d) Corniches.



**Fig.15.** modèle 3D d'une coupole Islamique

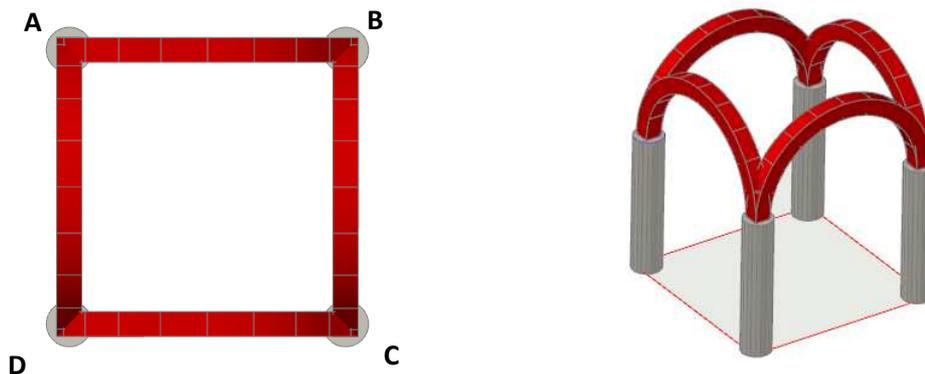
#### 4.1. Les éléments principaux:

Ce sont les éléments de structure qui définissent à la fois la forme et délimitent l'espace de la coupole.

##### 4.1.1. Les arcs doubleaux :

L'arc-doubleau est l'arc qui relie d'une pile à l'autre dans les édifices voûtés, et dans les coupes.

Dans ce schéma de principe les arcs doubleaux sont : AB, BC, CD, et DA.



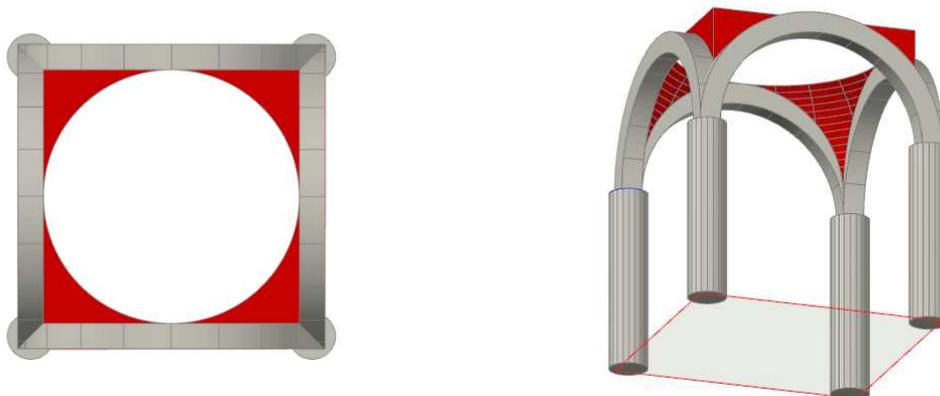
**Fig.16. SH.P: Arcs doubleaux d'une coupole**

##### 4.1.2. Elément de transition:

###### - Pendentif :

S. m. Triangle d'une voûte hémisphérique laissé entre les pénétrations, dans cette voûte, de deux berceaux semi-cylindriques, ou formés d'une courbe brisée (dite ogive). Les pendentifs les plus anciens signalés dans l'architecture du Moyen âge en France sont ceux qui portent les coupes de l'église abbatiale de Saint-Front, à Périgueux [Viollet-le-Duc.1978].

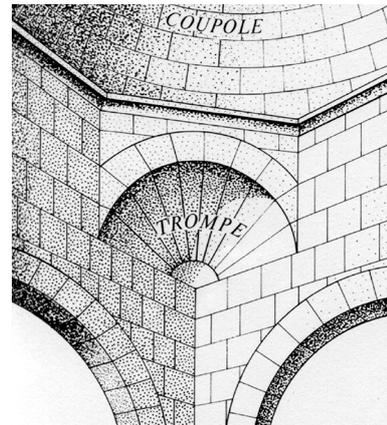
Ce sont donc les triangles hémisphériques qui assurent le passage entre les arcs doubleaux et le cercle du dôme (fig. 17 en rouge).



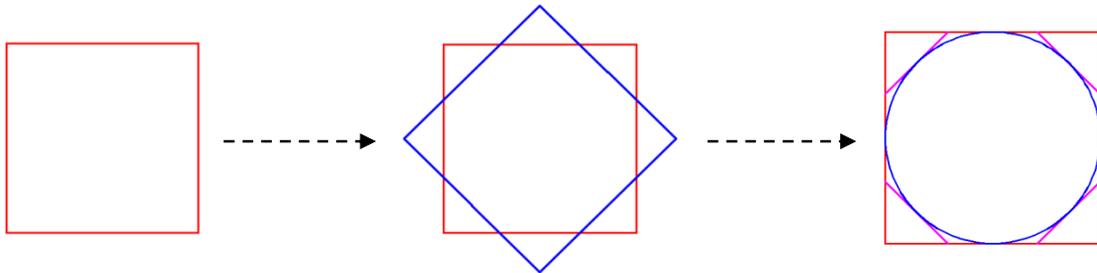
**Fig.17. SH.P: pendentifs**

- Trompe :

S. f. Appareil de claveaux, ayant la figure d'une coquille, qui sert à porter en encorbellement, soit un angle saillant sur un pan coupé, soit un parement droit sur un angle rentrant. Les constructeurs du moyen âge ont fait un grand usage des trompes pour porter les flèches de pierre à huit pans sur les tours carrées, des échauguettes sur des parements, des tourelles en encorbellement; ils ont employé les trompes à la place des pendentifs pour établir des coupes sur des arcs-doubleaux reposant sur quatre piles [Viollet-le-Duc.1978].



Donc ce dispositif a pour but essentiel de transformer le carré qui n'offrirait que quatre points de contact à la base de la coupole en un octogone, transition qui conduit plus aisément au cercle.

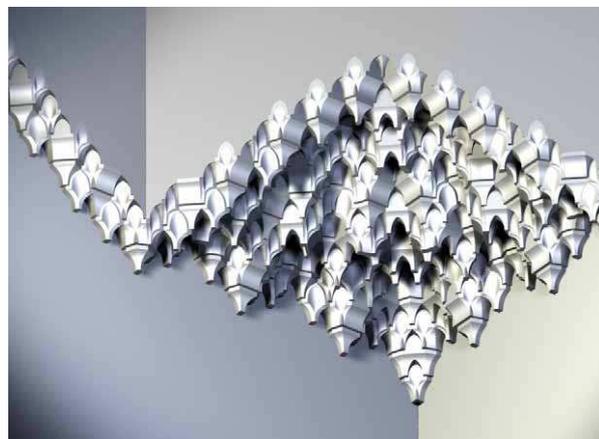


**Fig.18. SH.P: Trompes**

- Muquarnas :

Ils sont faits d'une répétition d'unités de surface concave de telle sorte que chaque couche se projette au dessus de la couche précédente en créant une surface riche et articulée qui se transforme en trois dimensions. On nommera ces unités blocs muquarnas.

On les trouve comme un élément de transition directe et indirecte entre le plan carré et le cercle de la coupole (voir l'étude géométrique).

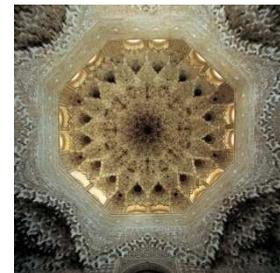
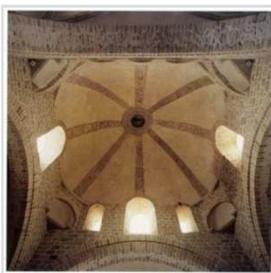
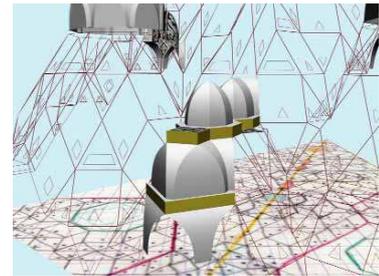
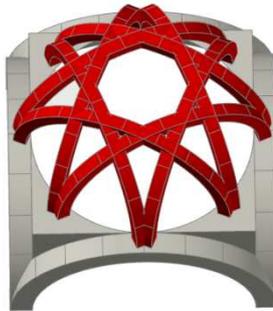


**Fig.19. Muquarnas du palais de l'Alhambra de Grenade**

4.1.3. Dôme :

Parmi les techniques les plus utilisées pour le couvrement des coupoles, on distingue :

- 1) Coupole à nervures rayonnantes.
- 2) Coupole à nervures entrecroisées.
- 3) Coupole à muquarnas.



**Fig.20.** Coupole à nervures rayonnantes.

**Fig.21.** Coupole à nervures entrecroisées.

**Fig.22.** Coupole à muquarnas.

## 4.2. Les éléments secondaires:

4.2.1. Le Tambour :

« Le tambour d'une coupole est l'étage sur lequel porte la coupole, on dit aussi tour de dôme » [Dictionnaire d'archéologie sacrée].

C'est le cylindre sur lequel la coupole se repose. On le trouve aussi sous forme octogonale.

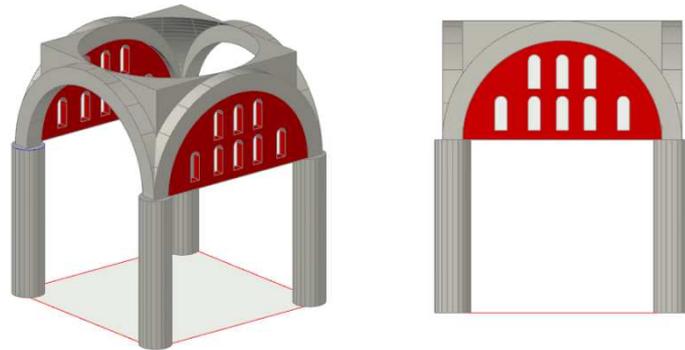


**Fig.23.** Tambour circulaire, église Saint-Michel, Bruxelles.

#### 4.2.2. Mur tympan :

« Tympan : s. m. Partie pleine comprise entre le cintre d'une porte (archivolte) et le linteau » [Viollet-le-Duc.1978].

On donne aussi le nom de mur tympan aux surfaces pleines situées à l'intrados d'un arc doubleau. On le trouve souvent percé d'ouverture (Fig.24).



**Fig.24.** Mur tympan percé d'ouvertures.

## II. Etude géométrique et paramétrage:

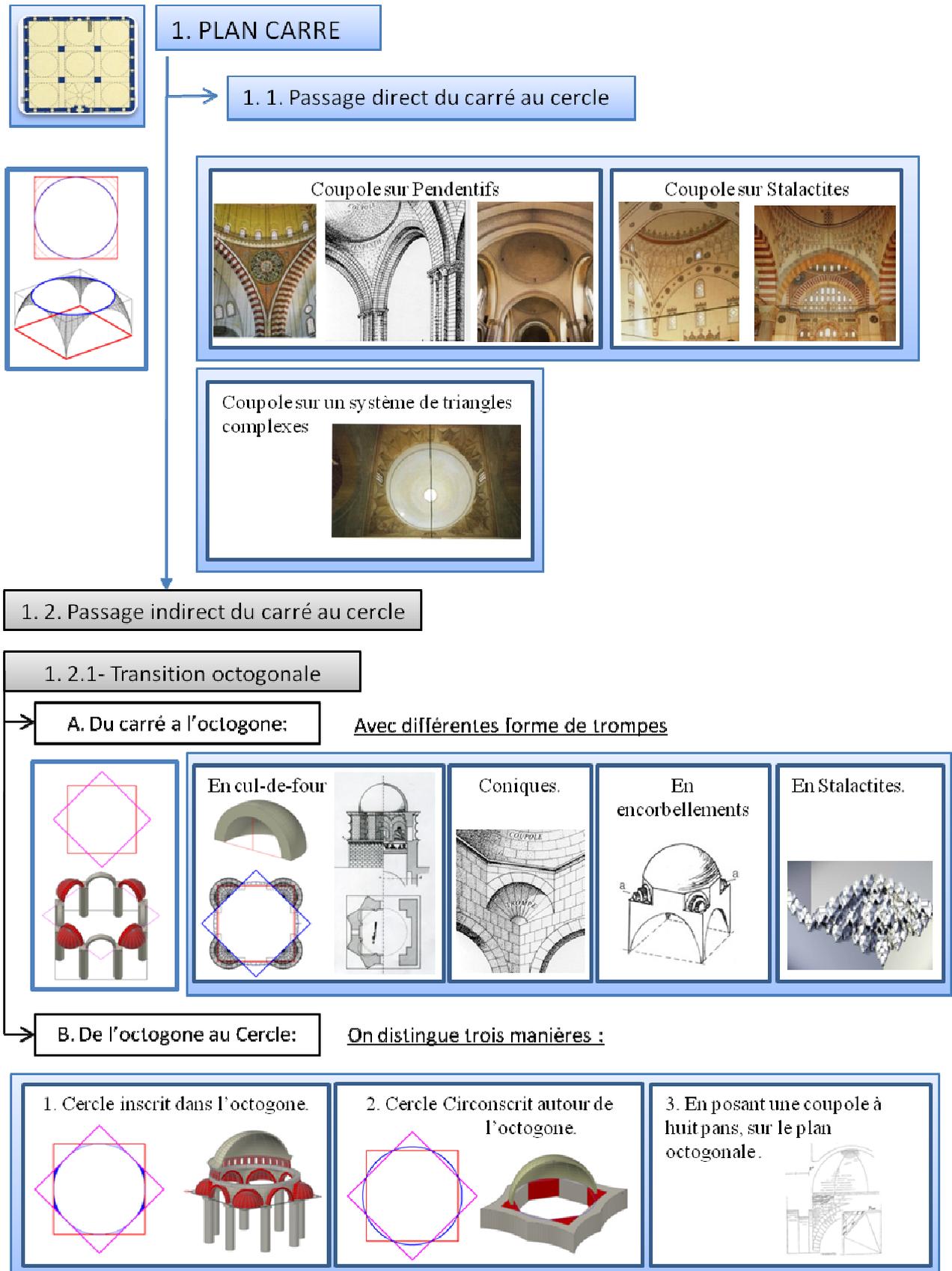
« Tant que la coupole s'élève sur des murs eux-mêmes circulaires, sa construction reste relativement aisée. Son utilisation est limitée: grenier et entrepôts en Egypte, édifice thermaux à Rome, monuments funéraire ailleurs» [Terrin1997].

Donc il était très difficile d'intégrer un ouvrage circulaire dans un édifice complexe à tracé géométrique régulier (palais, basilique, mosquée ou temple).

« Pour l'adapter à la logique orthogonale qui est généralement celle de ce type de construction, il a fallu résoudre d'une façon ou d'une autre le problème de la zone de transition » [Terrin1997].

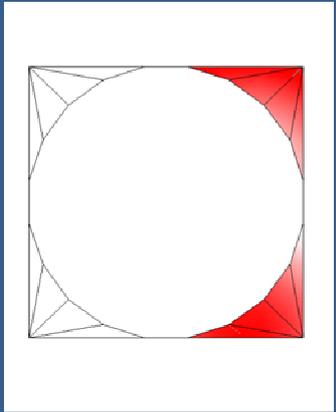
Pour cela nous avons classé les coupoles par rapport aux plans qu'elles surmontent (plan circulaire, carré, et rectangulaire), ensuite nous avons étudié les différentes manières de transition du plan régulier de base au cercle de la coupole (passage direct et indirect), pour les classer finalement dans un organigramme typologique.

## II.1. Organigramme typologique:



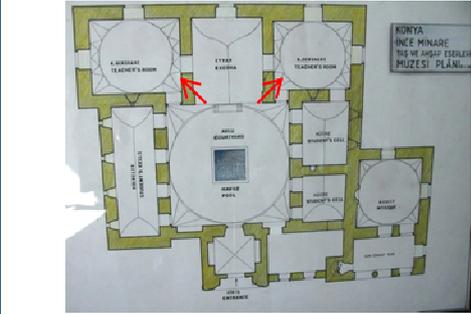
2. 2.2- Transition polygonale

1. 2.2 A. Du carré a un polygone



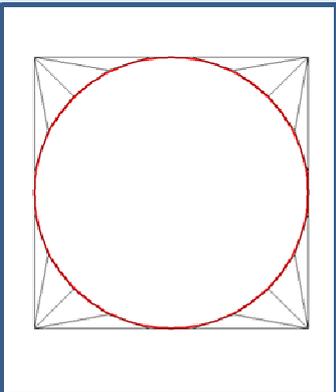
A diagram showing a square with a circle inscribed inside it. The four corners of the square are filled with red triangles, representing the transition from a square to a circular form.

Avec un System de Triangles qui donne un polygone de 20 cotés :



An architectural floor plan of the Konya Ince Minare Madrasa. Red arrows point to specific triangular elements within the plan, illustrating the 'System of Triangles' mentioned in the text.

1. 2.2 - B. Du polygone au Cercle



A diagram showing a square with a red circle inscribed inside it. The square is defined by a network of black lines forming a triangular frame, illustrating the transition from a polygon to a circle.

Konya Ince Minare Madrasah



Two photographs showing the interior of the Konya Ince Minare Madrasah. The left photo shows a wide view of the dome's interior with its intricate geometric patterns. The right photo shows a closer view of the dome's structure, highlighting the triangular ribs that support the circular space.

## II.1.1. Plan Carré:

### 1. Passage direct du carré au cercle :

Une transition directe, en transformant le carré en un cercle avec les différentes techniques:

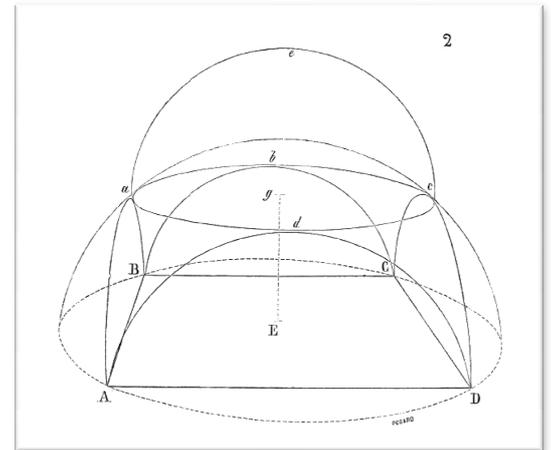
#### 1.1. Coupole sur Pendentifs

Suivant l'analyse faite sur les tracés géométriques des pendentifs et leurs manières de construction, on distingue les types suivants :

##### 1.1.1. Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre :

#### Principe :

Afin de rétablir la véritable signification du mot *pendentif*, nous présentons dans la figure 1) une sorte d'analyse du système de construction auquel seul on doit l'appliquer. Soit une demi-sphère dont la projection horizontale est la ligne ponctuée ABCD. Si, sur chaque face du carré ABCD inscrit par cette sphère, nous élevons des plans verticaux, nous formons quatre sections ABi>a, BCb, CDc, DAd, dans la demi-sphère, qui donnent les demi-cercles. Supposons que, sous ces quatre demi-cercles, nous bandions quatre arcs, nous reportons le poids de la calotte supérieure de cette sphère et des quatre triangles sur les quatre points ABCD. Ceci fait, admettons qu'au-dessus de la clef de ces quatre arcs, nous faisons une section horizontale dans la demi-sphère, nous obtenons un cercle parfait *abcd*. Sur ce cercle élevons une voûte hémisphérique *abcde*, nous aurons une coupole portée sur quatre véritables pendentifs. [Viollet-le-Duc.1978]

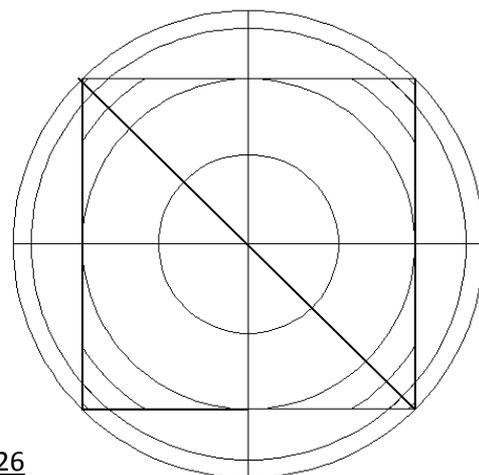


**Fig.25. Sainte-Sophie de Constantinople, dictionnaire raisonné d'architecture.**

#### Paramétrage :

A partir du principe décrit avant, On peut réaliser cette coupole en débutant la modélisation par des primitives polygonales.

Soit le cube inscrit dans la sphère (fig.26), nous faisons une section par rapport au plan horizontal qui passe au centre pour obtenir une demi-sphère et un parallélépipède (Fig.27 & 28).



**Fig.26**

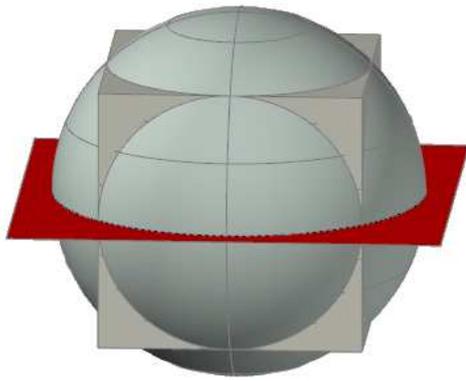


Fig.27

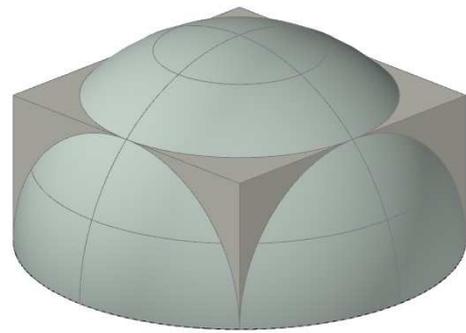


Fig.28

Ensuite à l'aide de l'opération booléenne « Différence » appliquée sur les deux formes, on obtient les pendentifs (la partie qui reste), les courbes des quatre arcs doubleaux en plein cintre (Fig.29) et le cercle parfait dont lequel nous élevons la calotte hémisphérique (Fig.30).

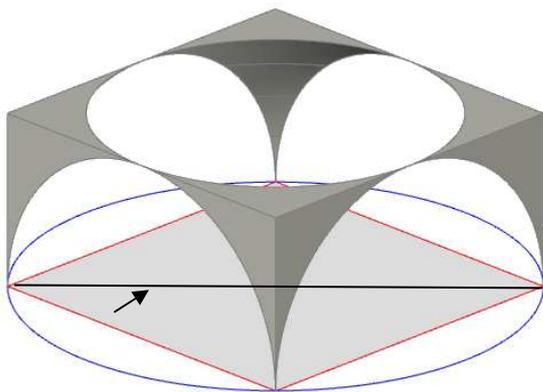


Fig.29

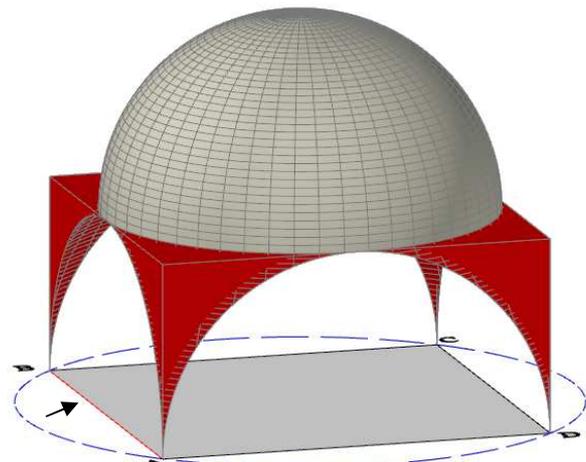


Fig.30

Cette méthode de modélisation nous permet de paramétrer la coupole hémisphérique, et de déduire tous les paramètres à partir d'un seul élément : le coté du plan carré (Fig.30).

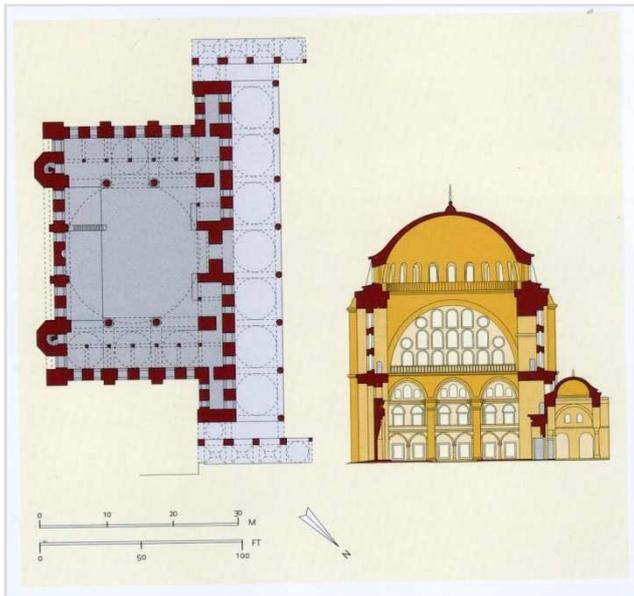
Nom du paramètre		Type	Valeur possible
le plan	coté	Réel	entre 0 et INF

Remarque :

La méthode ne s'applique qu'avec des coupes sur arcs doubleaux en plein cintre.

Voila quelques exemples paramétrables avec cette méthode :

Exemple 01 : La mosquée Mihrimah Djami, à Istanbul.



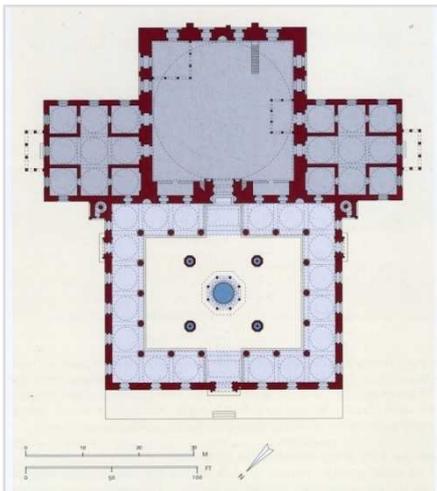
**Fig.31.** plan, coupe, Mihrimah Djami



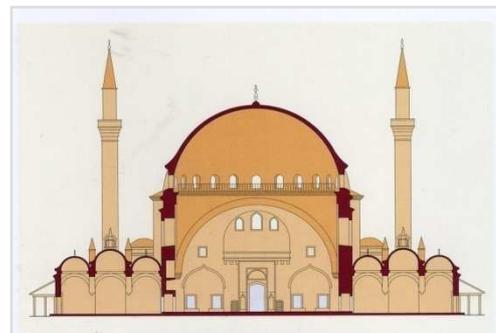
**Fig.32.** Coupole de Mihrimah.

Une coupole de 20 m de diamètre, culmine à 37 m de hauteur.

Exemple 02 : La mosquée de Selim I<sup>er</sup> à Istanbul.



**Fig.33.** plan, Selim I<sup>er</sup>



**Fig.33.** Coupe, Selim I<sup>er</sup>.  
Coupole de 24,5 m de diamètre.

**1.1.2. Courbe génératrice des pendentifs en Arc Brisé:****Principe :**

(Fig.35) En A, la projection horizontale d'une coupole posée sur quatre piles et quatre arcs doubleaux. La coupe sur l'axe CD de cette coupole donnera en projection verticale le profil E, mais la coupe sur la diagonale GH donnera le profil rabattu I. C'est d'après ce principe qu'ont été tracées les coupoles de Saint-Front de Périgueux. Les quatre arcs doubleaux étant composés de courbes brisées, les constructeurs ont été entraînés à tracer le premier sphéroïde pénétré par ces arcs au moyen de deux traits de compas GK, HK. La section horizontale de ce premier sphéroïde a été faite en L, et un bandeau saillant a été posé à ce niveau pour porter les faux cintres destinés à construire la coupole. Cette coupole elle-même n'est pas une demi-sphère, mais est obtenue au moyen de deux courbes. Régulièrement, les pendentifs devraient être appareillés, en coupe suivant la diagonale, conformément au tracé M, c'est-à-dire présenter des rangs de claveaux dont les lits seraient normaux à la courbe HK, avec crossettes à la queue; les constructeurs de Saint-Front n'ont pas pris cette peine, et ils se sont contentés de poser les assises des pendentifs en encorbellement conformément au tracé N. Grâce à la courbure des pendentifs, ces rangs de pierre en encorbellement ne basculent pas. [Viollet-le-Duc.1978]

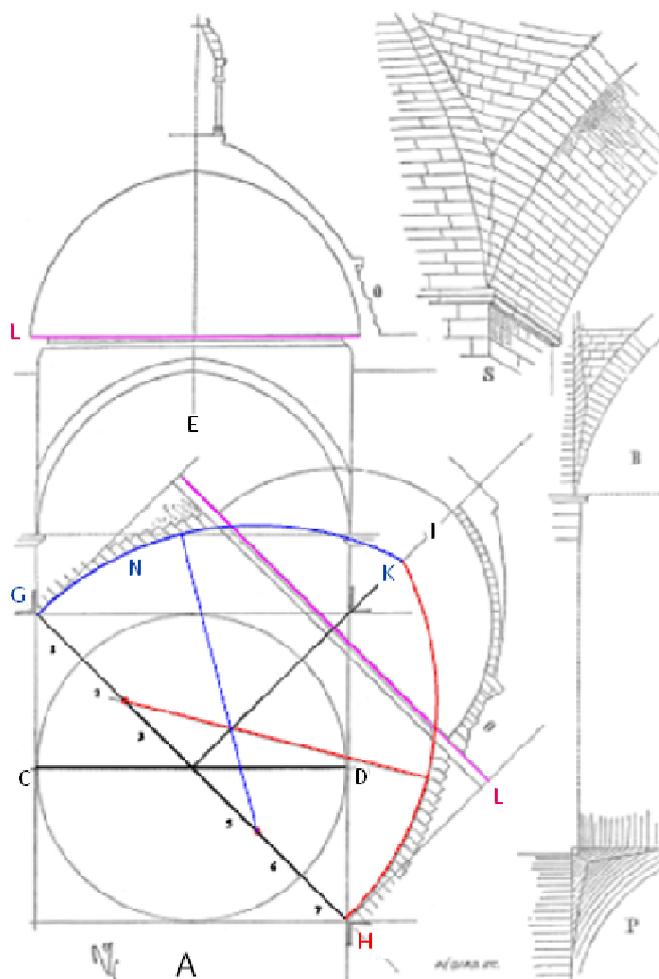
**Fig.35**

Schéma coupole Saint Front  
Périgueux  
Dictionnaire raisonné  
architecture française Xle au  
XVIe siècle.

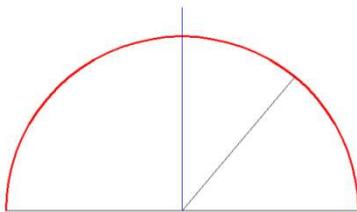
- **Paramétrage :**

Pour ce deuxième type de coupes, on a proposé deux approches de paramétrage :

- **Proposition 01(Cas général) :**

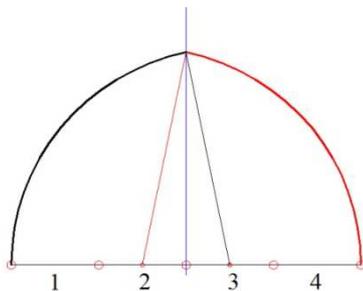
C'est une approche déductive qui se base sur les techniques de la géométrie euclidienne et le repérage des centres des arcs doubleaux.

Pour cela on a étudié les différents types de tracés, on s'est basé sur les travaux de Viollet-le-Duc. On a classé les différents types des arcs en spécifiant la position des centres des arcs sur deux points diviseurs de la base, en trois, en quatre, en cinq, en six, en sept et en huit .



**Fig.36 L'arc plein cintre**

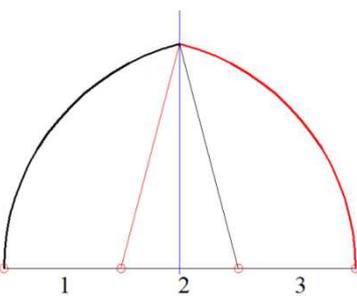
Les arcs plein cintre sont formés par un demi-cercle.



**Fig.37 L'arc de deux quarts et demi**

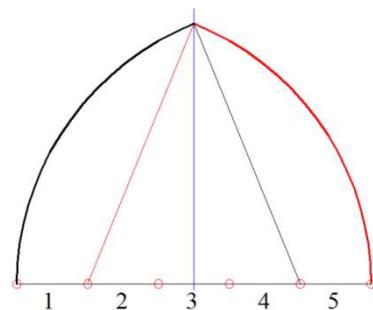
Ce type d'arc était hérité des Clunisiens qui l'on importé d'orient.

Le centre des arcs se trouve à deux quarts et demi de la base de l'arc.



**Fig.38 L'arc brisé tiers-point**

Le centre de l'arc se trouve au tiers de la base de l'arc.



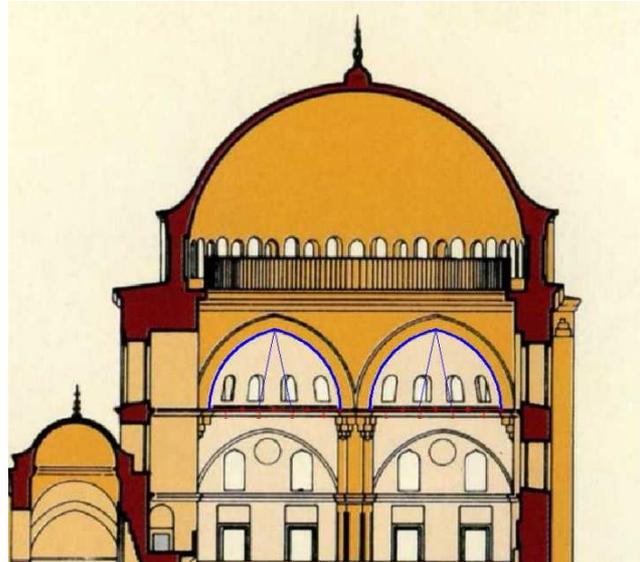
**Fig.39 L'arc brisé quinte point**

Le centre se trouve au cinquième de la base de l'arc.

Pour le style Islamique, après l'analyse et la comparaison de plusieurs monuments on a distingué que l'arc le plus utilisé dans l'architecture islamique est l'arc de *deux quarts et demi*, avec un autre arc brisé très proche au plein cintre, de vingt points diviseurs a la base.

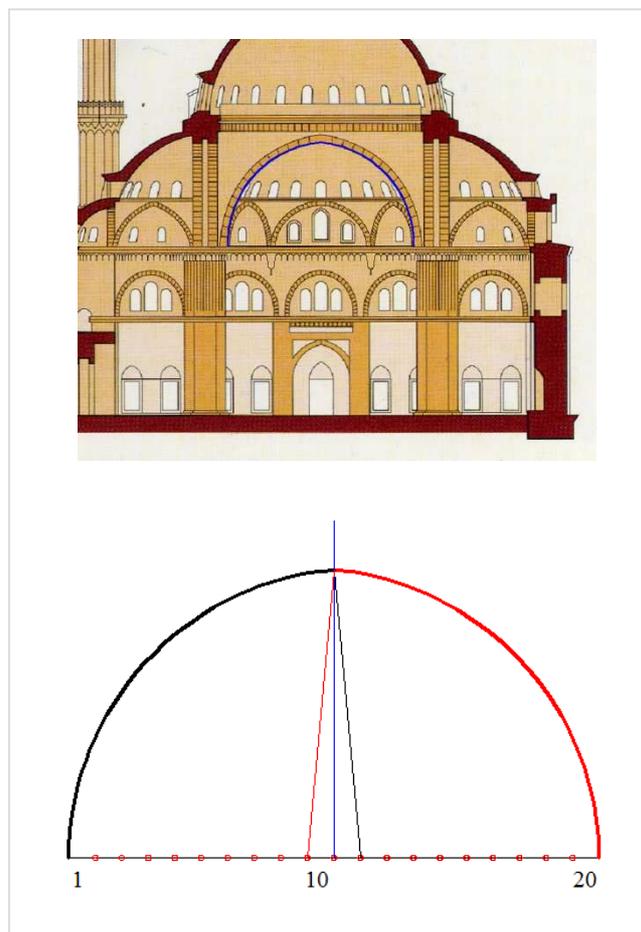
**Fig.40** Exemple de la mosquée Sokullu Djami,

Arc de deux quarts et demi.

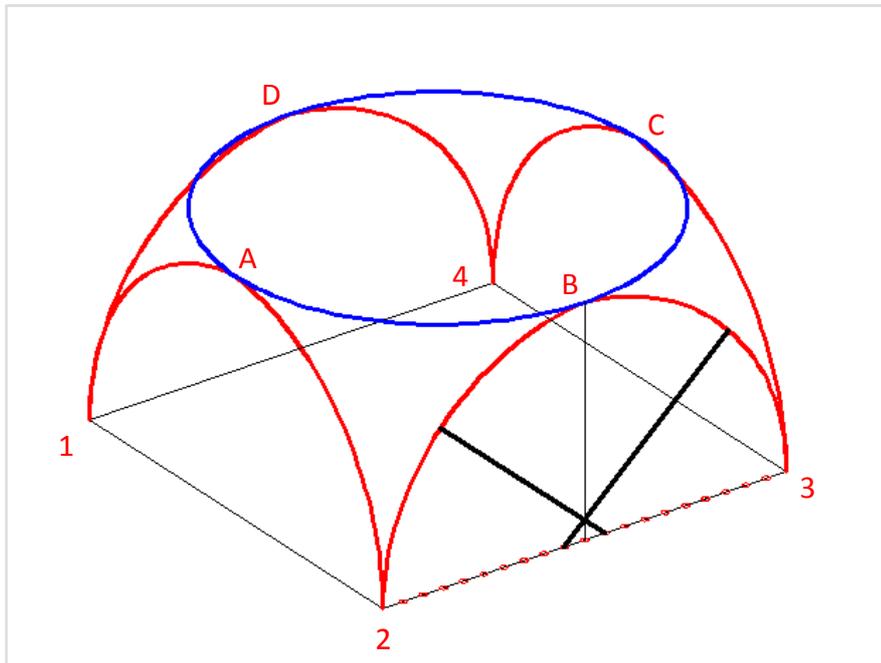


**Fig.41** de la mosquée Shézadé Djami à Istanbul.

Arc de vingt points diviseurs.

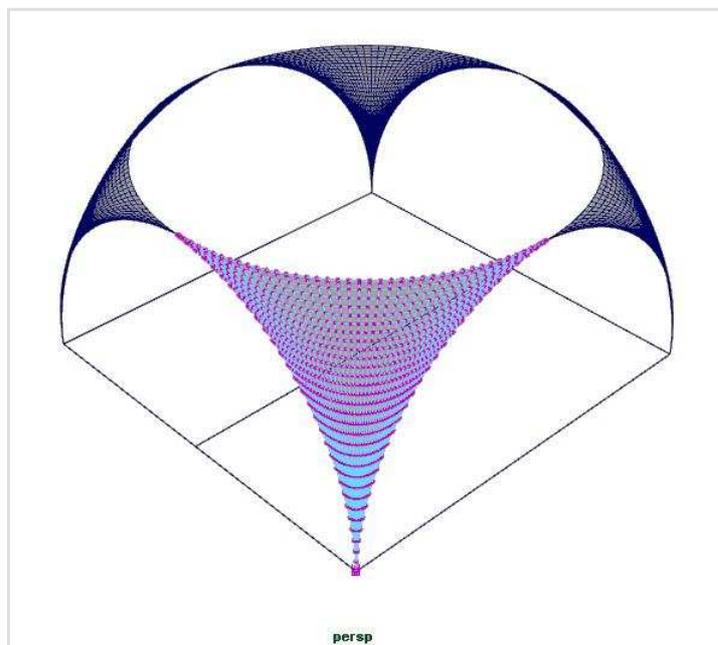


Après la définition des quatre arcs doubleaux, on a déterminé le cercle de base de la coupole ; c'est le cercle qui passe par les sommets (A, B, C, D) de ces arcs doubleaux(Fig.42).



**Fig.42** Arcs doubleaux & cercle de base de la coupole

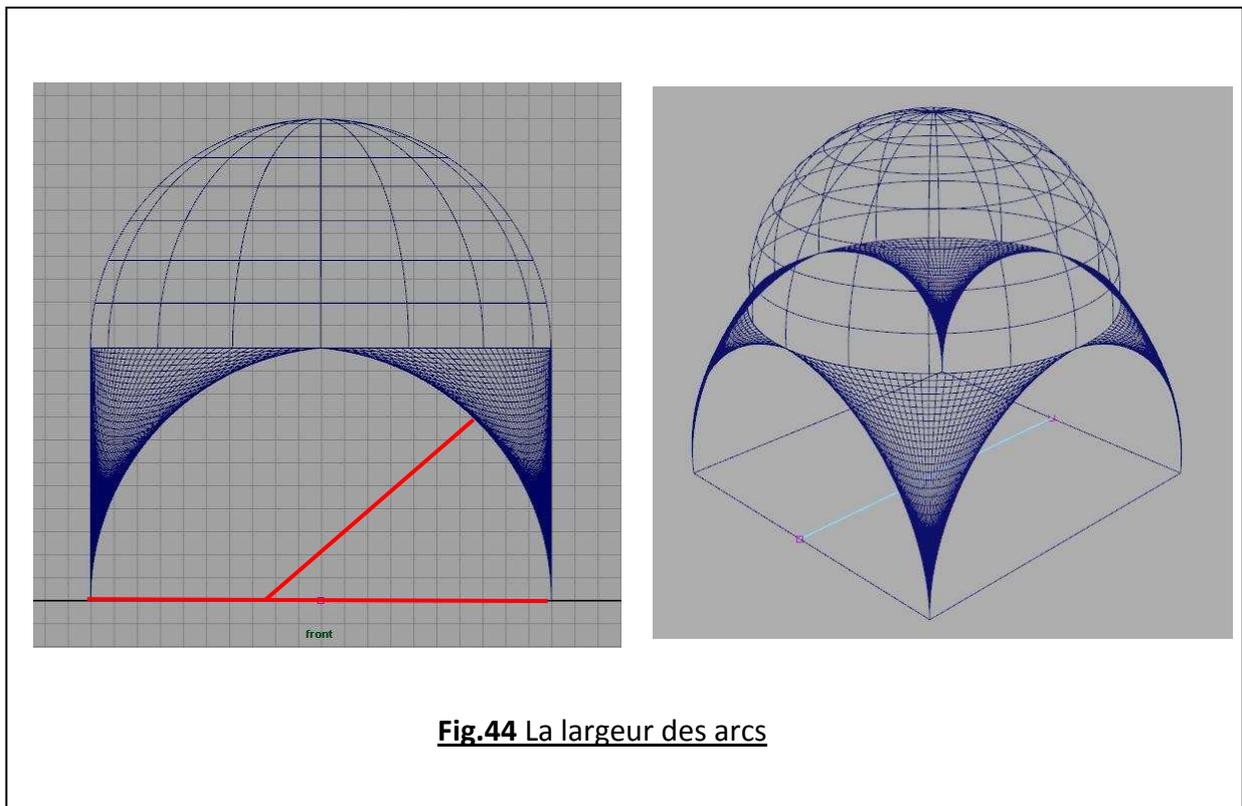
Ensuite les pendentifs sont déduits, en appliquant une opération de génération des surfaces, genre « Birail », sur le quart de cercle (AB) suivant les deux rails (2A) et (2B). (Fig.43).



**Fig.43** Déduction des pendentifs

Donc les paramètres retenus sont :

Nom du paramètre		Type	Valeur possible
Arcs doubleaux	Type d'Arcs doubleaux	choix	-arc de vingt points diviseurs. -arc de deux quarts et demi -arc brisé tiers-point -arc brisé quinte point -arc brisé équilatéral
	Largeur	réel	Entre 0 et INF

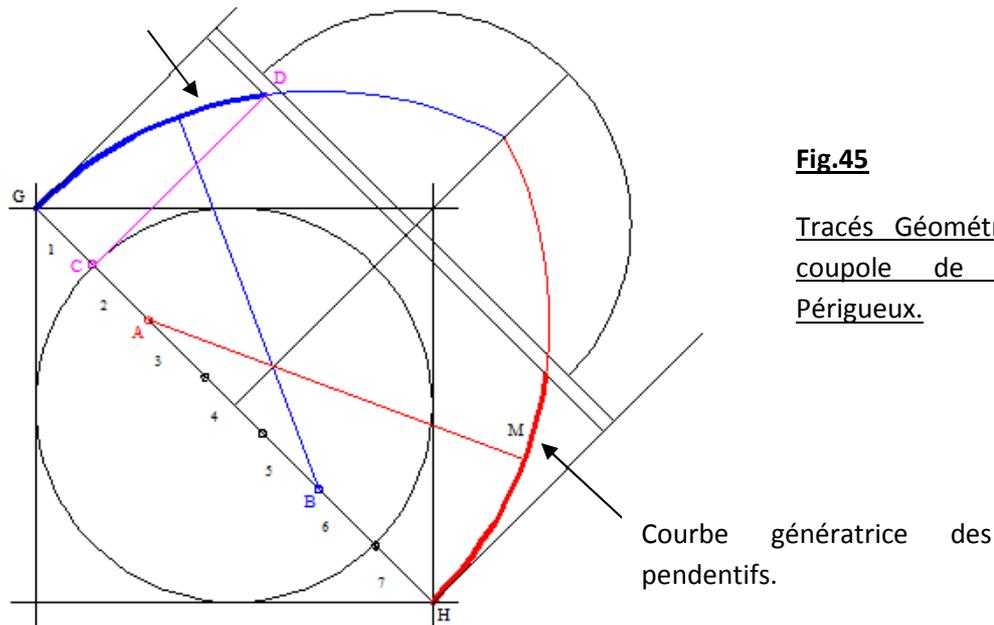


- **Proposition 02 :**

Pour cette deuxième approche au lieu de déterminer les arcs doubleaux puis déduire les pendentifs, on commence par le repérage du centre de la courbe génératrice des pendentifs, ensuite on définit les arcs doubleaux.

On va prendre comme exemple la coupole de Saint Front de Périgueux (Fig.45).

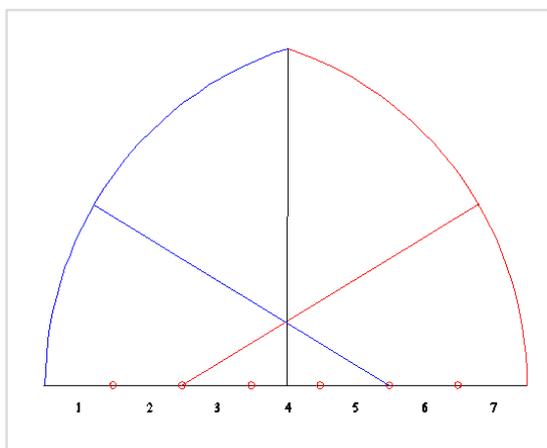
Le tracé de la courbe génératrice des pendentifs, et des arcs doubleaux était basé sur des dessins d'arcs, dont le compas est le seul outil de dessin disponible à cette époque.



**Fig.45**

Tracés Géométrique de la coupole de Saint-Front, Périgueux.

Bien qu'alors en France l'arc en tiers-point ne fût pas encore adopté (avant le gothique primitif); les constructeurs de Saint-Front, ont certainement recherché l'arc brisé afin d'obtenir une plus grande résistance et une poussée moins puissante.



Donc ils ont adapté un arc, dont sa base est divisée en sept points (Fig.46).

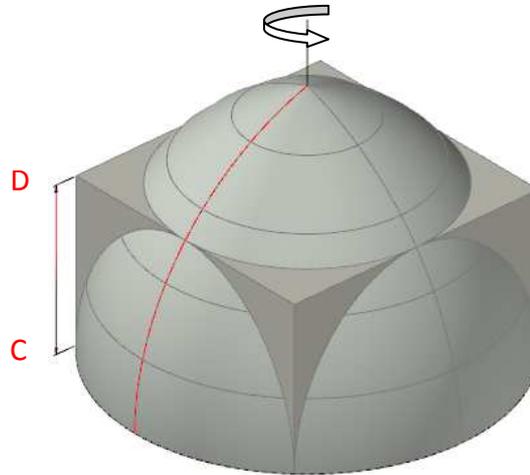
**Fig.46** L'arc sept points

Après la définition de courbe génératrice des pendentifs ;

À l'aide de l'opération « Révolution » on obtient le sphéroïde de cette courbe révolue par l'axe qui passe de la base au sommet.

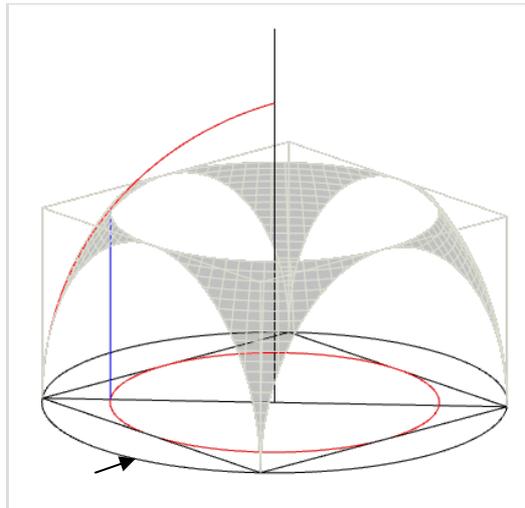
Puis l'extrusion du carré de base, par la hauteur CD (Fig. 47).

**Fig.47**



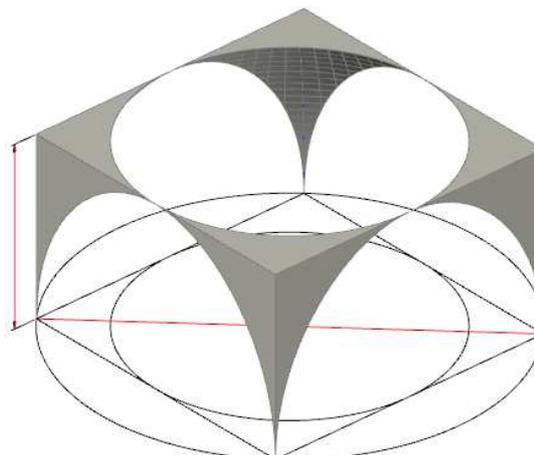
- Pour obtenir cette hauteur, nous faisons l'intersection des deux courbes ; le cercle de la base et la courbe génératrice des pendentifs (Fig. 48).

**Fig.48** : l' hauteur des pendentifs.



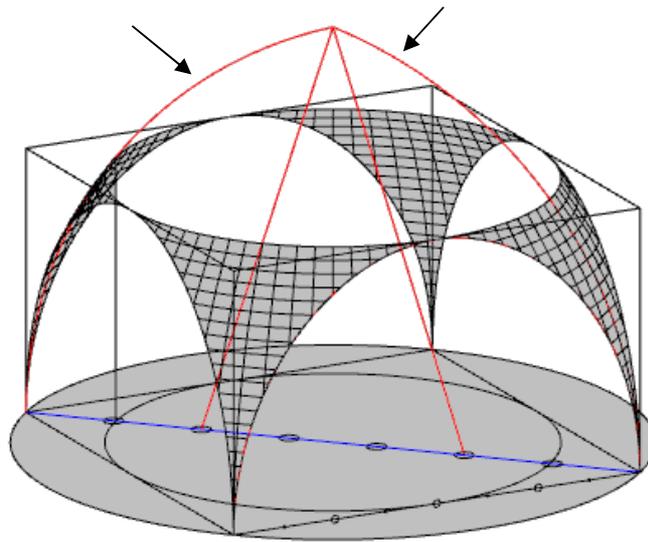
- Finalement avec l'opération booléenne « différence », on soustrait le sphéroïde du carré, Et on obtient les pendentifs, les courbes des arcs doubleaux, et le cercle de base de la coupole ou du tambour (Fig. 49).

**Fig.49** : L'obtention des pendentifs.



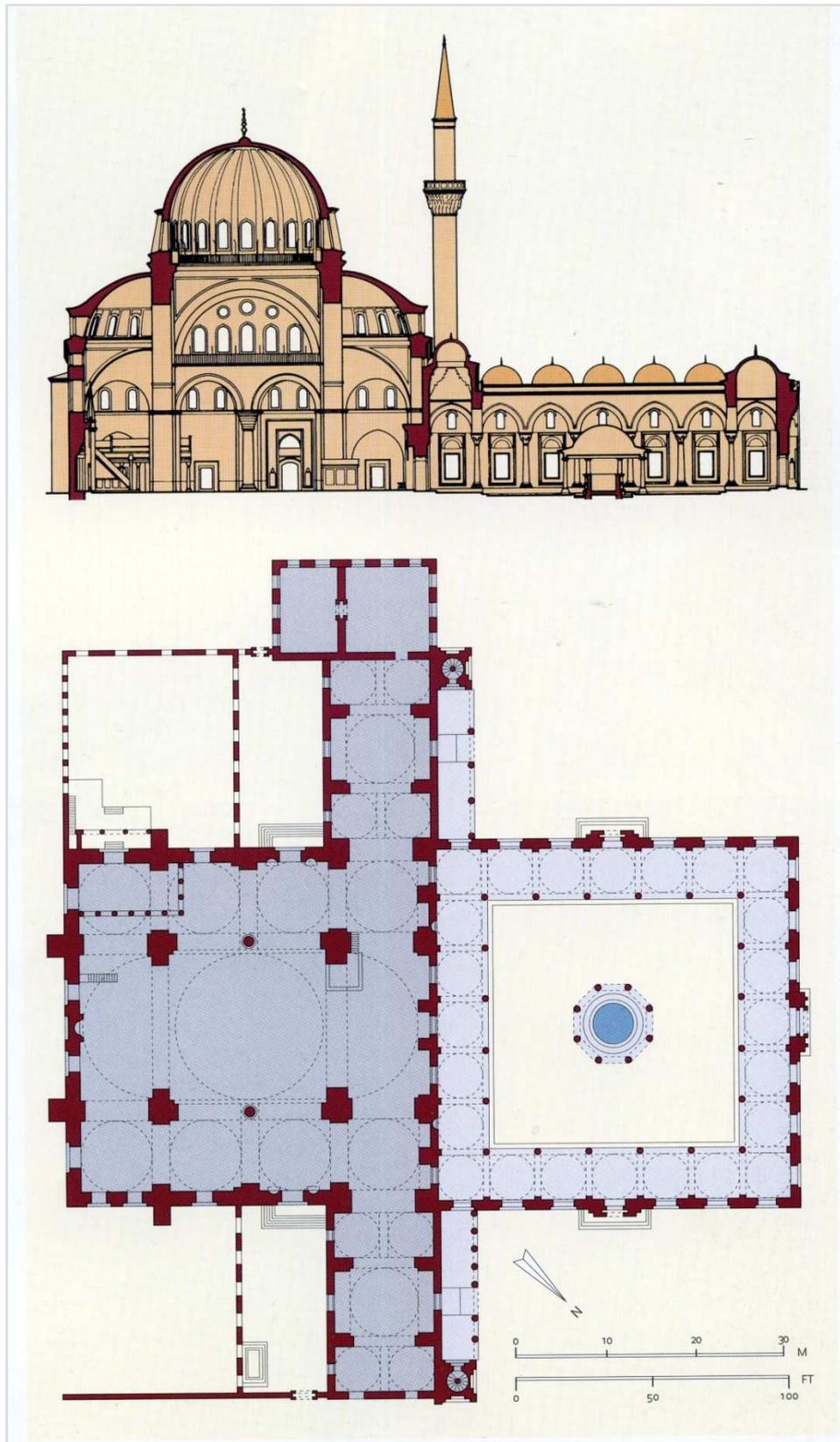
Donc les paramètres retenus sont tous liés à la courbe génératrice des Pendentifs **C.G.P** :

- La largeur de la C.G.P (c'est la diagonale du carré).
- Choix du type de la C.G.P :
  - Arc de deux quarts et demi.
  - Arc tiers-point.
  - Arc quinte point.
  - Arc sept point (Divisé en sept)
- La hauteur des pendentifs (l'intersection de la C.G.P et le cercle de base – *figure10*)  
C'est elle-même la hauteur des arcs doubleaux -*figure12*.

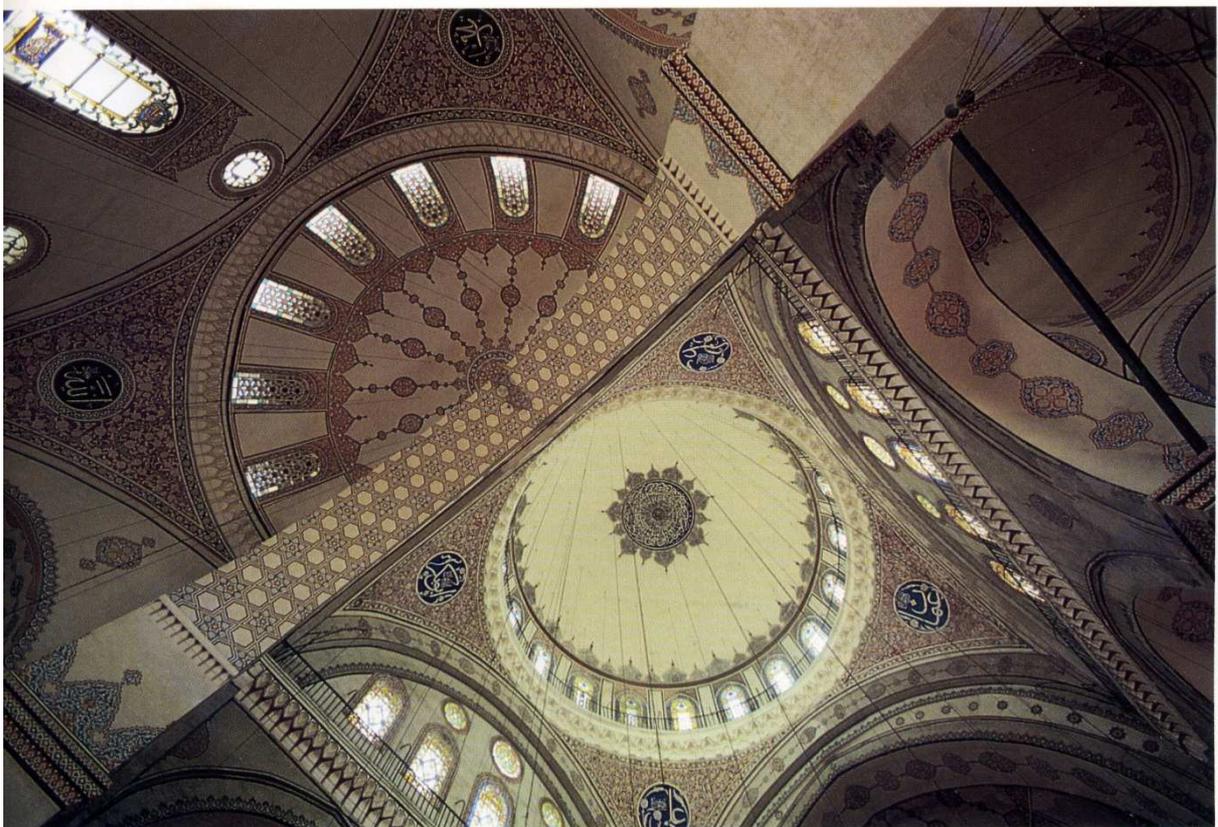
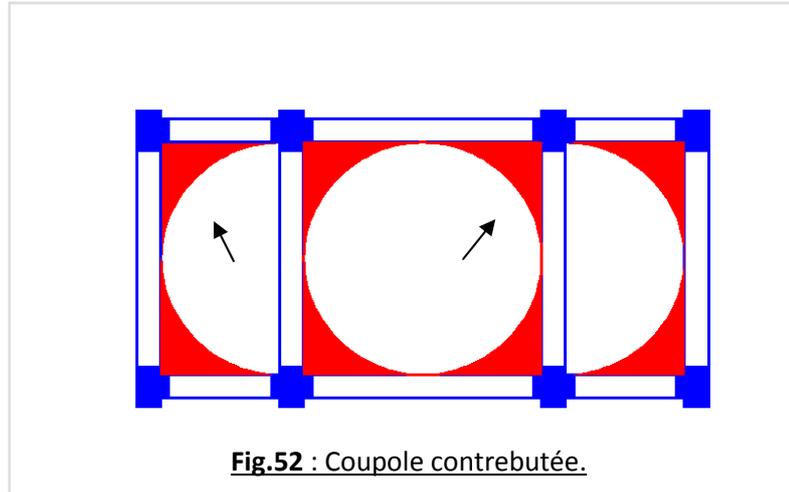


**Fig.50** : Courbe génératrice des pendentifs.

Nom du paramètre		Type	Valeur possible
Pendentif	Type de la courbe G.P	choix	-arc de deux quarts et demi -arc brisé tiers-point -arc brisé quinte point -arc brisé équilatéral
	Largeur de la C.G	réel	entre 0 et INF
	Hauteur P	réel	entre 0 et INF

***1.1.3. Cas particulier, Coupole contrebutée par deux demi-coupes :*****Fig.51 Exemple de la mosquée Bayazid II à Istanbul.**

- Dans ce cas les deux demi-coupes héritent des mêmes paramètres que la coupole centrale ;
  - Diamètre.
  - Mode de transition (une transition directe avec des pendentifs)
  - Ouvertures.



**Fig.53** Coupole de la mosquée Bayazid II

## 1.2. Coupole sur Stalactites (Muquarnas) :

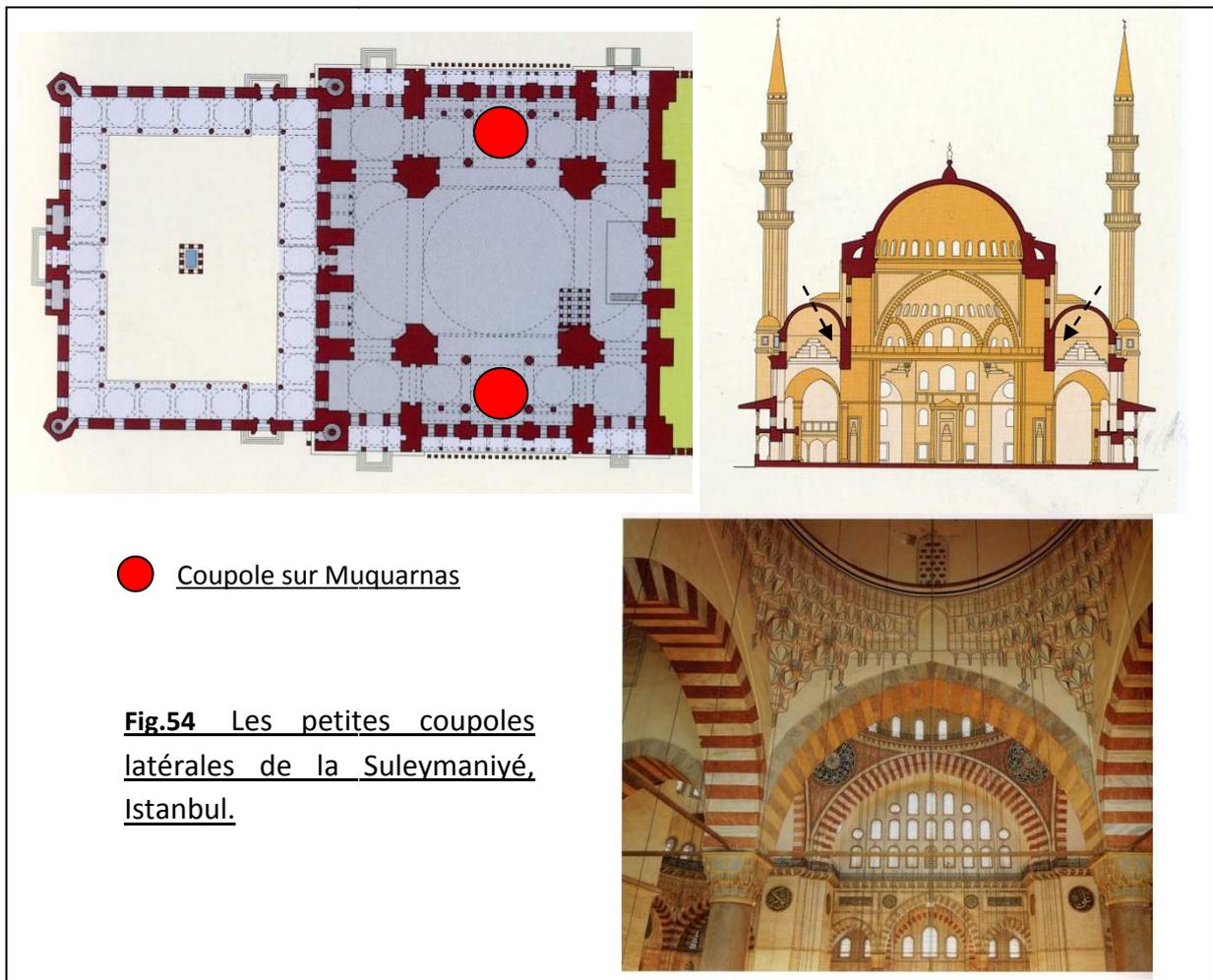
### Principe des Muquarnas :

Il s'agit d'immenses puzzles construits à l'aide d'une série d'encorbellements superposés, composés de sortes de consoles prismatiques séparées par des niches à fond plat ou à fond semi cylindrique ; ces consoles supportant souvent des plans incurvés, bref, il s'agit d'une superposition complexe de figures ou de volumes de telle sorte qu'elle évoque parfois des concrétions calcaire si fréquentes dans les grottes, ce qui leur a valu le nom de stalactites. [L'architecture religieuse Musulmane]

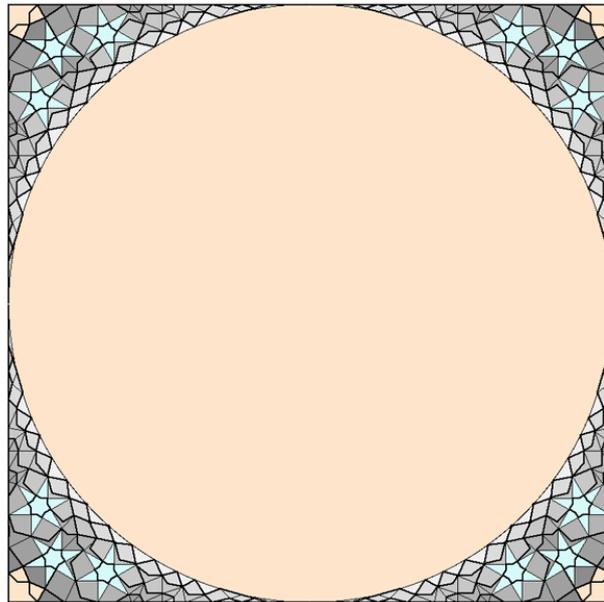
### Les familles de blocs

Puisque l'objet des blocs muqarnas est de former des compositions qui délimitent des espaces, il sera utile de les étudier en groupes ou **familles**. Tous les blocs d'une même famille donnée possèdent des liens géométriques et mathématiques qui permettent un assemblage latéral ou vertical de ces blocs d'une façon simple et précise.

Pour des raisons de temps nous n'avons pu étudier tous les familles de Muquarnas, mais on a concentré le travail sur un seul type celui de l'exemple de la mosquée Suleymaniye a Istanbul.

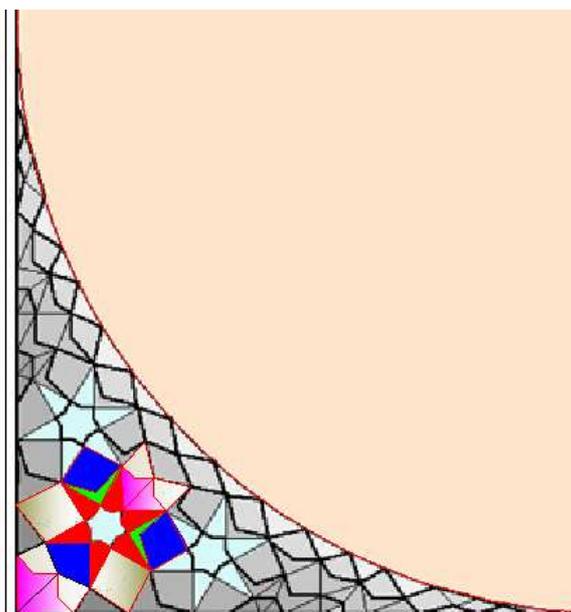


La projection horizontale de la coupole donne le tracé suivant :

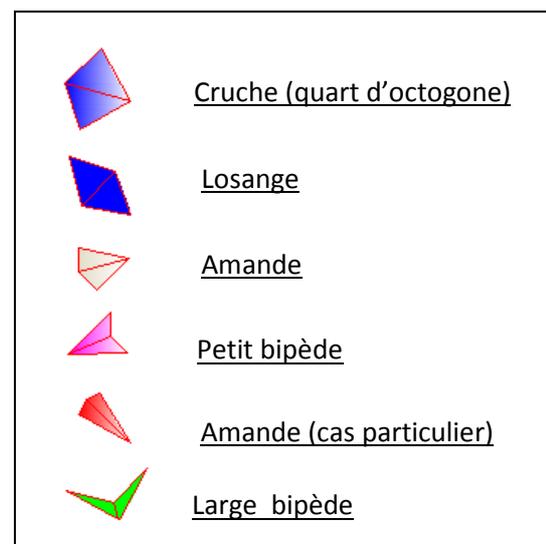


**Fig.55** Projection horizontale des deux petites coupoles latérales de la Suleymaniyé.

En se basant sur des travaux de recherche faits par les chercheurs de l'université d'Heidelberg sur ce type de Muquarnas, et à l'aide de l'outil Auto CAD et les documents photographiques, on a pu définir les différents blocs composants, et la manière dont ils sont assemblés.



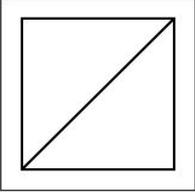
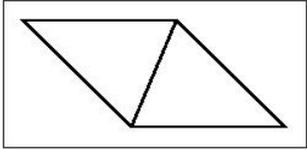
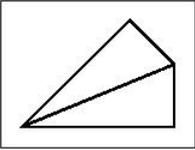
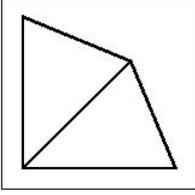
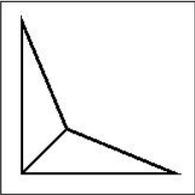
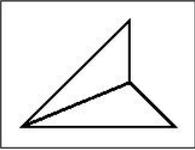
Les formes de base :



**Fig.56** Analyse des formes composantes du Muquarnas

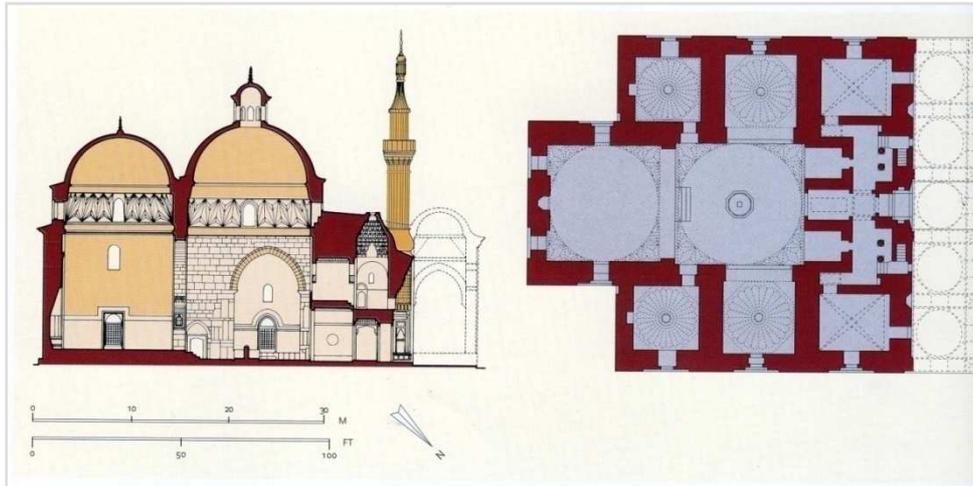
La projection horizontale de cette coupole nous a permis de classer les différents éléments composant d'un Muquarnas en deux types, cellule et élément intermédiaire.

Il y a six formes qui sont employées le plus souvent : la forme d'un carré, losange, amande, cruche (un quart d'octogone), grand bipède (complément à une cruche) et petit bipède (complément à une amande).

<p><u>Carré : (Square)</u> On le trouve comme cellule.</p>		
<p><u>Losange : (Rhombus)</u> Comme cellule  Et comme élément intermédiaire.</p>		
<p><u>Amande : (Almond)</u> Comme cellule.</p>		
<p><u>Cruche : (Jug)</u> Comme cellule.</p>		
<p><u>Grand bipède : (Large Biped)</u> Comme élément intermédiaire.</p>		
<p><u>Petit bipède : (Small Biped)</u> Comme élément intermédiaire.</p>		

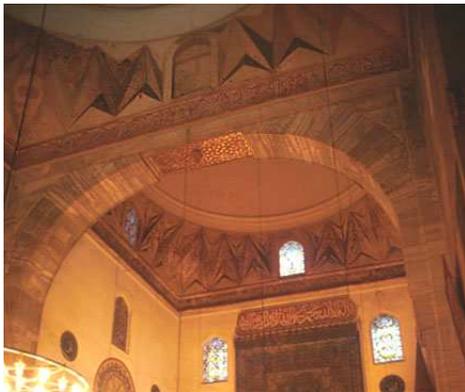
Pour le paramétrage de cette coupole, il fallait identifier chaque élément la composant avec ses propres paramètres (ce sont des formes géométriques simples, faciles à modéliser), ensuite la manière dont ils sont assemblés pour former un ensemble géométrique très complexe qui va assurer ce passage du carré au cercle ; un travail qui dépassait les limite d'un stage et qui nécessite plus de temps.

### 1.3. Coupole sur un système de Triangles:

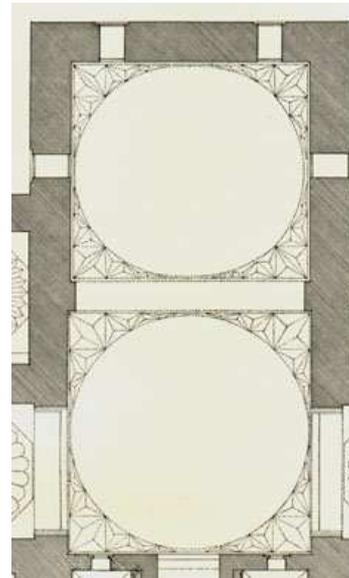


**Fig.57** La mosquée Yechil Djami (mosquée verte) Bursa.

Un système de triangles très complexes, de différents formes et tailles, positionnés d'une manière géométrique intelligente pour assurer le passage direct du carré au cercle.



**Fig.58** La coupole Yechil Djami

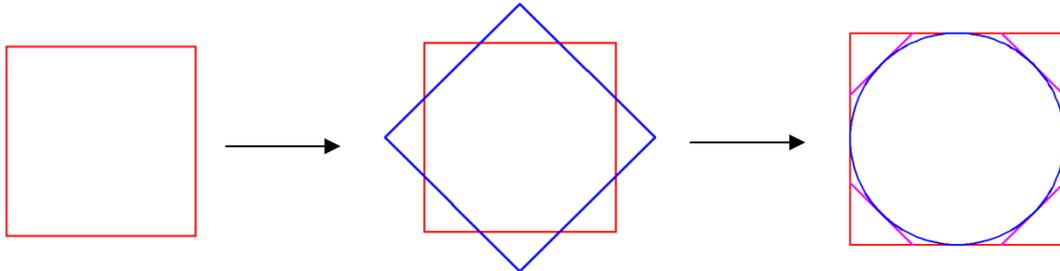


**Fig.59** projection horizontale, La coupole Yechil Djami

## 2. Passage indirect du carré au cercle :

### 2.1. Transition octogonale :

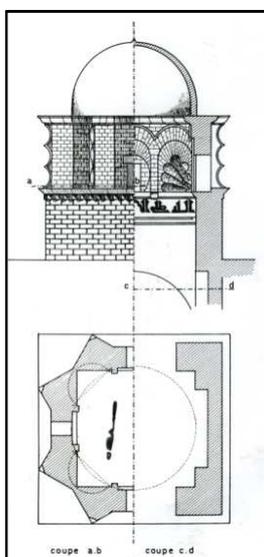
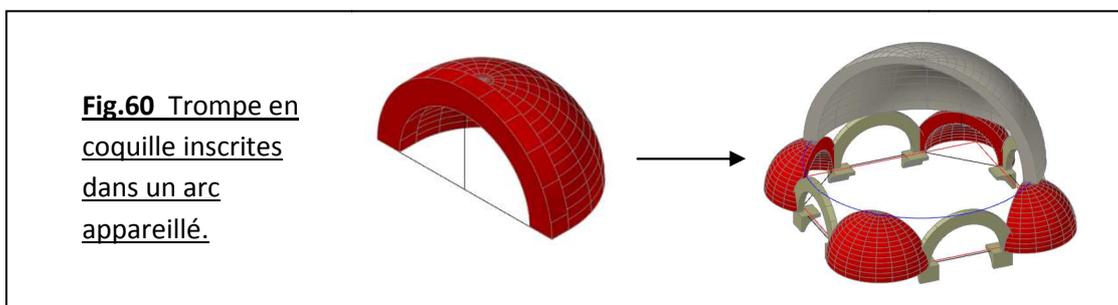
Se fait avec des trompes, qui conduisent aisément au cercle en transformant le carré en un octogone.



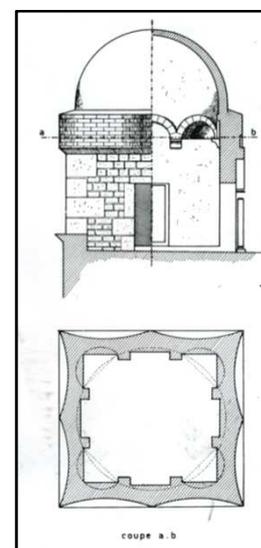
#### 2.1.1. Trompes en cul-de-four

De forme simple : un quart de sphère posé sur l'angle du carré de base déterminant un demi-cercle qui enjambe l'angle, et par là même, le réduit à un coté d'octogone [Golvin1979].

Ce demi-cercle est bordé par un arc appareillé qui va assurer le passage insensible du carré au cercle sans qu'apparaisse nettement l'octogone.

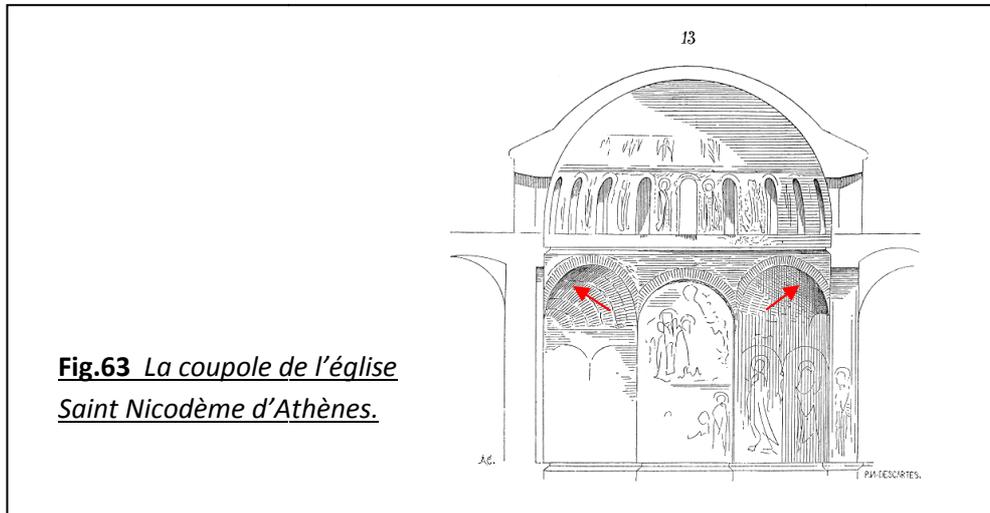


**Fig.61** Coupole de la grande mosquée de Sousse, Tunisie [Golvin1979].



**Fig.62** Coupole de la mosquée Ribat de Sousse. [Golvin1979]

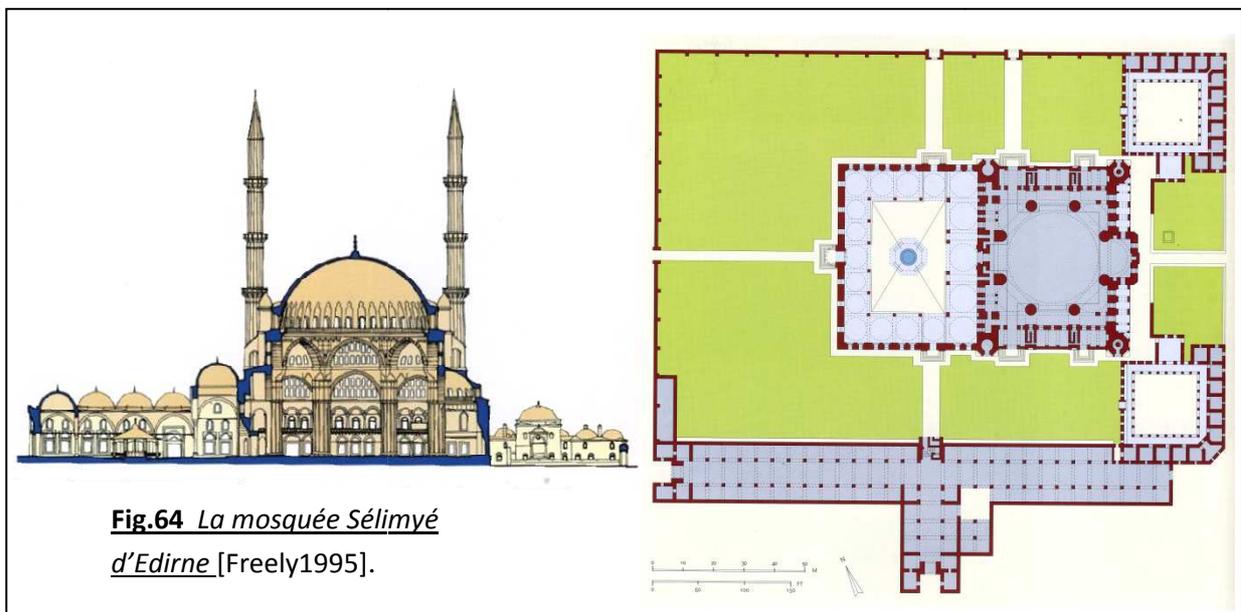
La figure 63, nous montre quatre niches, ou plutôt quatre culs-de-four, qui font passer la construction du plan carré au plan circulaire qui reçoit la calotte au moyen de huit pendentifs à peine sentis qui surmontent les arcs.



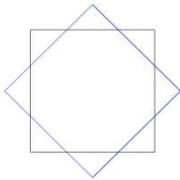
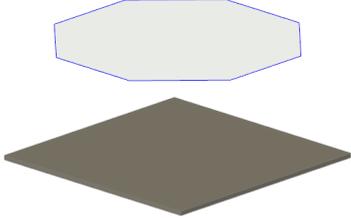
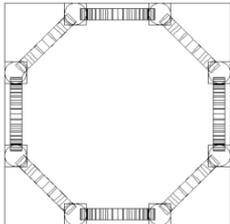
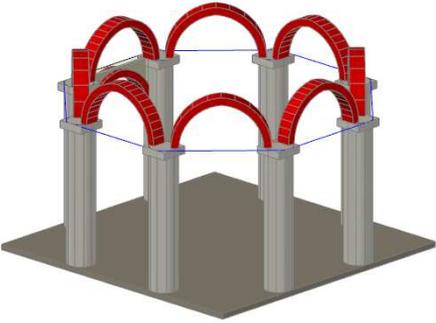
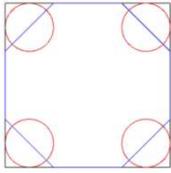
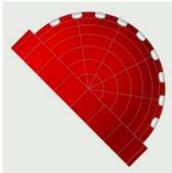
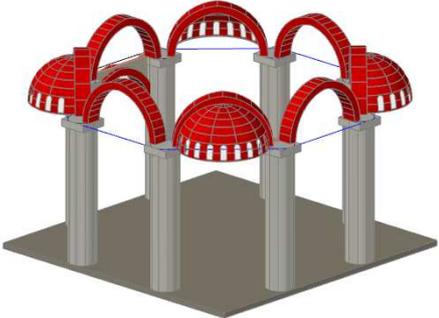
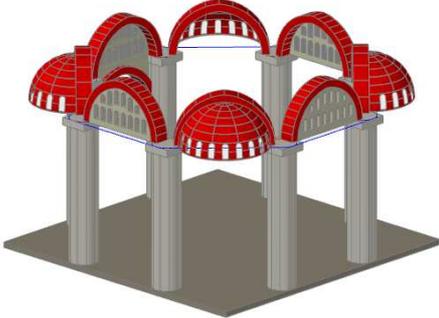
**Fig.63** *La coupole de l'église Saint Nicodème d'Athènes.*

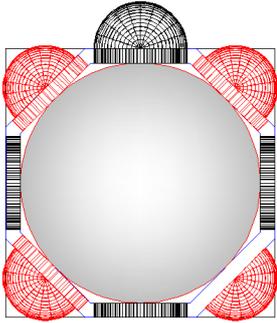
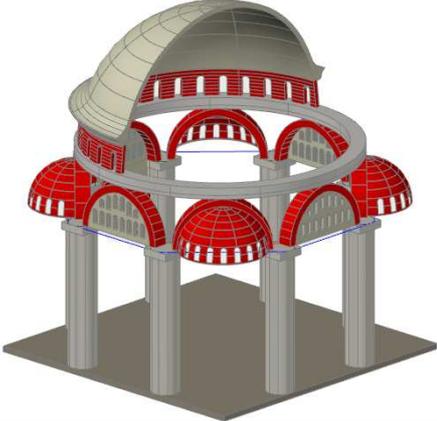
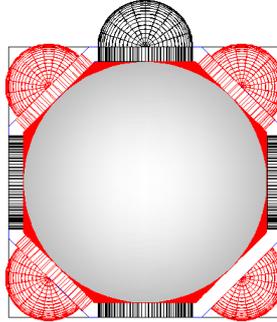
### Paramétrage :

Pour le paramétrage de ce type de trompe, on va prendre l'exemple de la coupole Sélimyé d'Edirne (**Fig.64**).



**Fig.64** *La mosquée Sélimyé d'Edirne* [Freely1995].

<p>1. Déterminer l'octogone inscrit dans le carré.</p>		
<p>2. Tracer les huit arcs brisés de vingt points diviseurs à la base. (sont déjà paramétrés avant Fig.41)</p>		
<p>3. Quatre trompes en cul-de-four sur les diagonales, occupant les angles. (A travers le cercle qui a son centre au milieu du côté incliné de l'octogone, et les deux côtés du carré comme deux tangentes)</p>	 	
<p>4. Puis les quatre tympanaux disposés sur les axes du carré. (voir le paramétrage des éléments secondaires)</p>		

<p>5. Le cercle inscrit dans l'octogone sera la projection de la face intérieure du dôme.</p>		
<p>6. Finalement déduire les petits pendentifs, pour assurer le passage octogone-cercle, on les obtient de l'une des propositions décrites avant pour le paramétrage des pendentifs.</p>		

On a appelé ce type, la coupole octogonale (huit arcs doubleaux par défaut), tous les autres paramètres (cul de four, mur tympan) sont déduits à partir de ces paramètres :

Nom du paramètre		Type	Valeur possible
Le plan	Coté	réel	Entre 0 et INF
Arcs doubleaux	Type d'Arcs doubleaux	choix	-arc de vient points diviseurs. -arc de deux quarts et demi -arc brisé tiers-point -arc brisé quinte point -arc brisé équilatéral

**Remarque :**

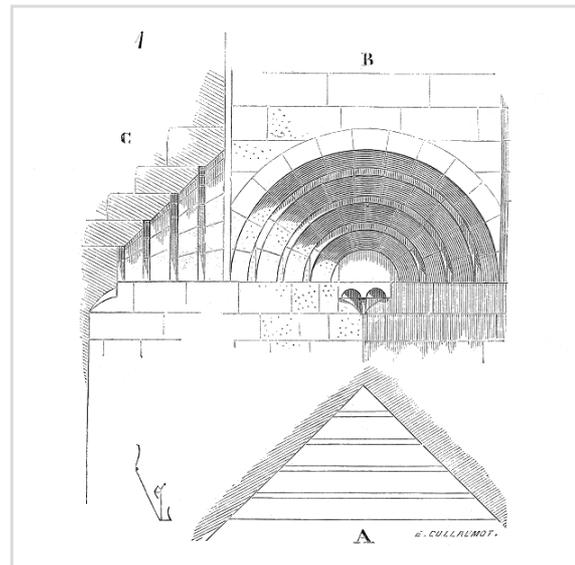
Pour le mur tympan percé d'ouverture, il ya d'autres paramètres, détaillés après.

### 2.1.2. Trompes en suite d'arcs concentriques :

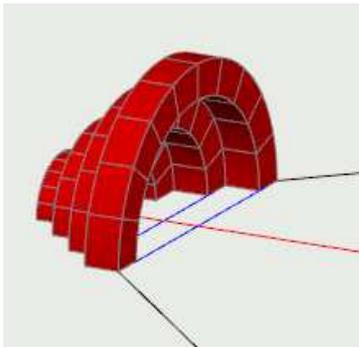
Sont appareillées, au moyen d'une suite d'arcs concentriques.

La figure 65 donne une trompe composée d'arcs concentriques biseautés à 45 degrés, de manière à pénétrer les côtés du carré.

**Fig.65** *Projection horizontale, élévation d'une trompe d'angle.*



Elles sont paramétrées aisément, chaque arc étant indépendant.

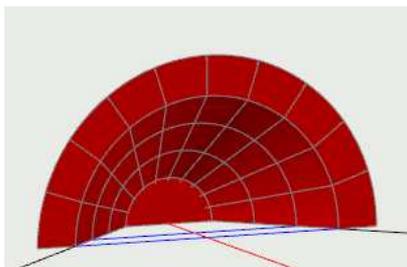


Nom du paramètre		Type	Valeur possible
L'octogone	Coté incliné	réel	entre 0 et INF
Arcs en plein cintre	nombre	réel	Entre 0 et 10

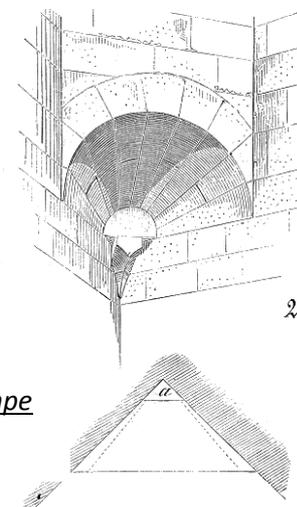
### 2.1.3. Trompes coniques :

Au XII<sup>e</sup> siècle apparaissaient aussi déjà des trompes coniques, ainsi que le montre la figure 66.

Pour éviter la réunion des angles très-aigus des claveaux composant la trompe, au sommet du cône, les appareilleurs ont souvent établi un morceau de pierre demi-circulaire à la place de ce sommet en *a*.

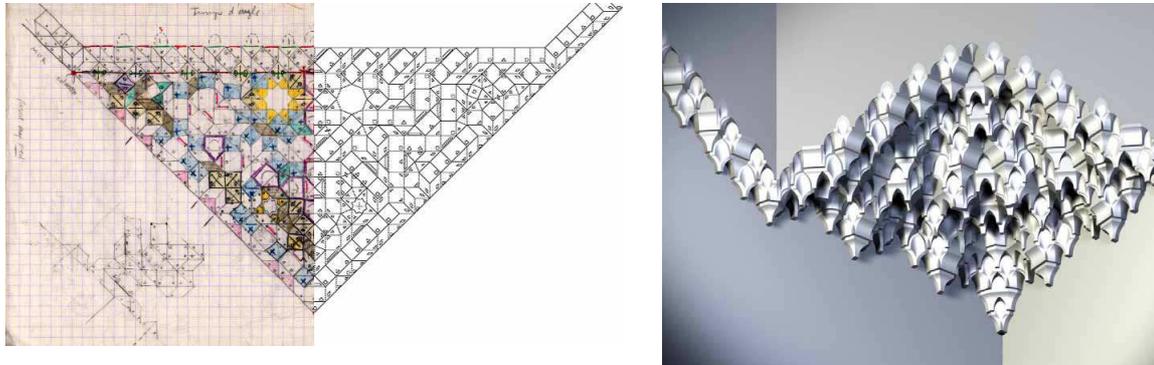


**Fig.66** *Projection horizontale, élévation, model3D d'une trompe conique.*



### 2.1.4. Trompes en Muquarnas:

Comme on a vu les muquarnas au passage direct, il ya un autre type de muquarnas qui a été utilisé pour assurer le passage indirect du carré au cercle en passant par l'octogone.



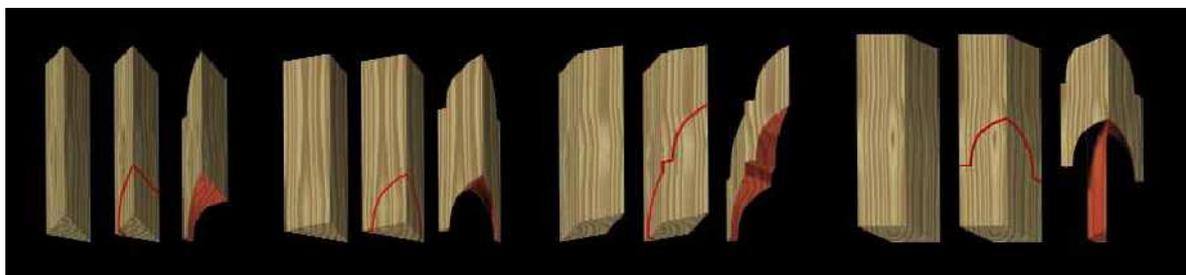
**Fig.67** Exemple de Muquarnas, palais de l'Alhambra de Grenade

### Cas des muquarnas du palais de l'Alhambra de Grenoble : (Etude faite par le mathématicien Jean Marc Castera<sup>8</sup>)

Les modules peuvent être en bois, généralement du cèdre, ou bien en plâtre. Ils sont assemblés en d'immenses puzzles faits d'un petit nombre de formes différentes.

Toutes les pièces sont des prismes droits dont une extrémité a subi une découpe courbe dessinant la partie visible des muqarnas. Ces surfaces se raccordent par continuité, c'est pourquoi on peut dire que les muqarnas ressemblent plus à une peau qu'à un volume [Jean Marc].

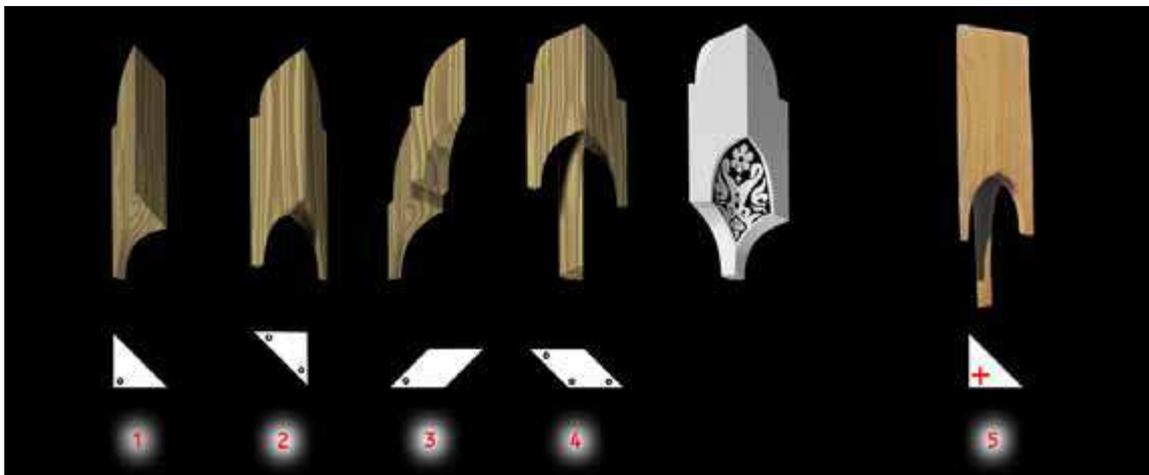
**4 formes différentes** suffisent pour construire une infinité de structures. Deux sont de section triangulaire (un demi-carré), les deux autres sont basées sur un losange à 45°. La découpe s'appuie sur une courbe unique appliquée sur certaines faces du prisme. Cette courbe définit le profil des muqarnas, qui suit en général une pente de l'ordre de 30° par rapport à la verticale (Fig.68).



**Fig.68** découpe des 4 pièces principales. À partir d'un prisme triangulaire pour les deux premières, rhombique pour les deux autres. Les parties visibles sont colorées en rouge. [Jean Marc].

<sup>8</sup> Jean Marc Castera, Artiste / mathématicien : **La coupole à muqarnas de la salle des deux sœurs à L'Alhambra de Grenade.**

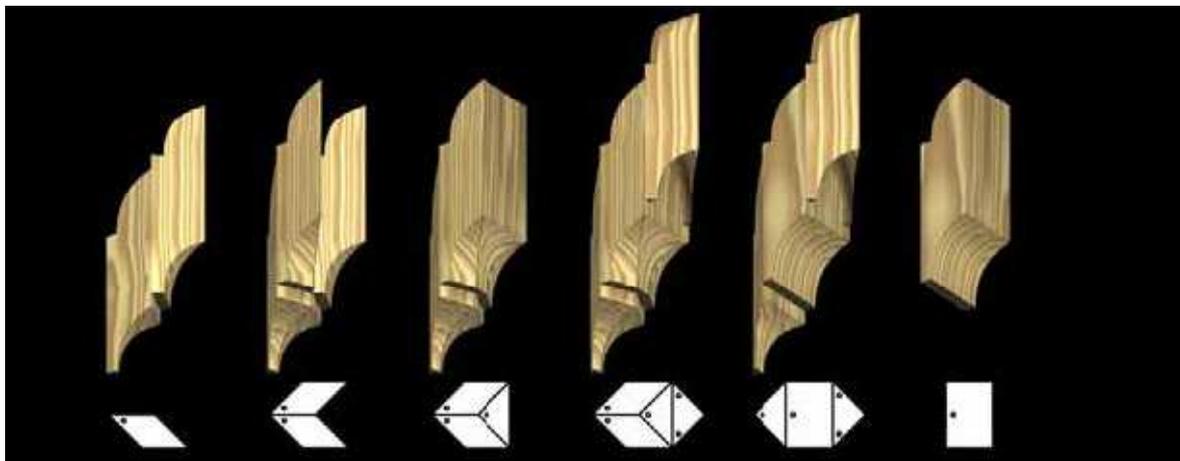
Pour différencier sur la projection plane deux pièces ayant la même section (demi-carré ou losange), on note par un point le où les sommets inférieurs de la pièce. Un tel sommet s'appellera le "pied" du module.



**Fig.69** Les 4 principales pièces de muqarnas 1 à 4, et leur représentation plane. La pièce numéro 5 est une variante de la pièce 1. [Jean Marc].

### Les autres pièces.

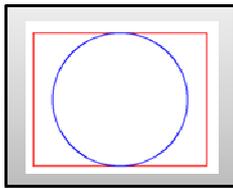
En plus de ces 4 pièces principales on rencontre plusieurs pièces secondaires, comme la pièce de section rectangulaire (fig.69), et ses variantes. Deux petites pièces "en amande" proviennent de la décomposition de la pièce numéro 3. Il y a aussi des demi-pièces utilisées pour raccord d'angle.



**Fig.70** Formation d'un groupe de muqarnas et variation faisant intervenir une nouvelle pièce, de section rectangulaire. [Jean Marc].

Pour les mêmes raisons de manque de temps, nous n'avons pas pu modéliser ce type de muqarnas.

## II. PLAN RECTANGULAIRE

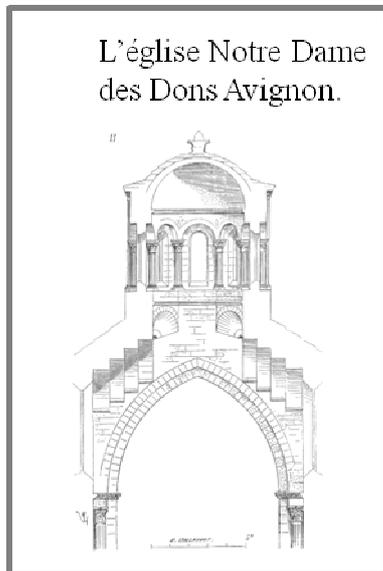


Selon la transition :

II. 1. Passage direct du rectangle au cercle: introuvable

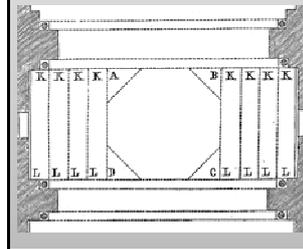
II. 2. Passage Indirect

II. 2. 1. Coupole Romane



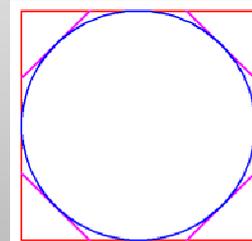
A. Du Rectangle au Carré

Arcs en encorbellement



B. Du Carré au cercle

Voir le plan Carré



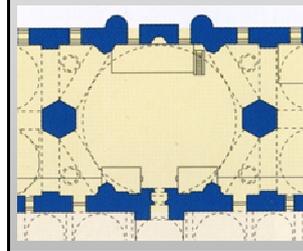
II. 2. 2. Coupole Ottomane

La Mosquée Uç Serefeli



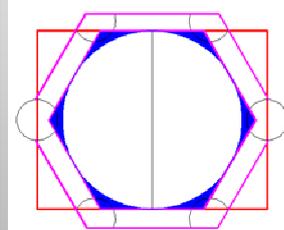
A. Du Rectangle à l'hexagone

Par Six arcs doubleaux



B. De l'hexagone au Cercle

Avec des pendentifs Ou Stalactites



## II.1.2. Plan rectangulaire:

### 1. Passage direct du rectangle au cercle :

Nous n'avons pas trouvé de coupes de plan rectangulaire dont le passage se fait directement du rectangle au cercle de la coupole, On a donc considéré ce cas comme sans objet.

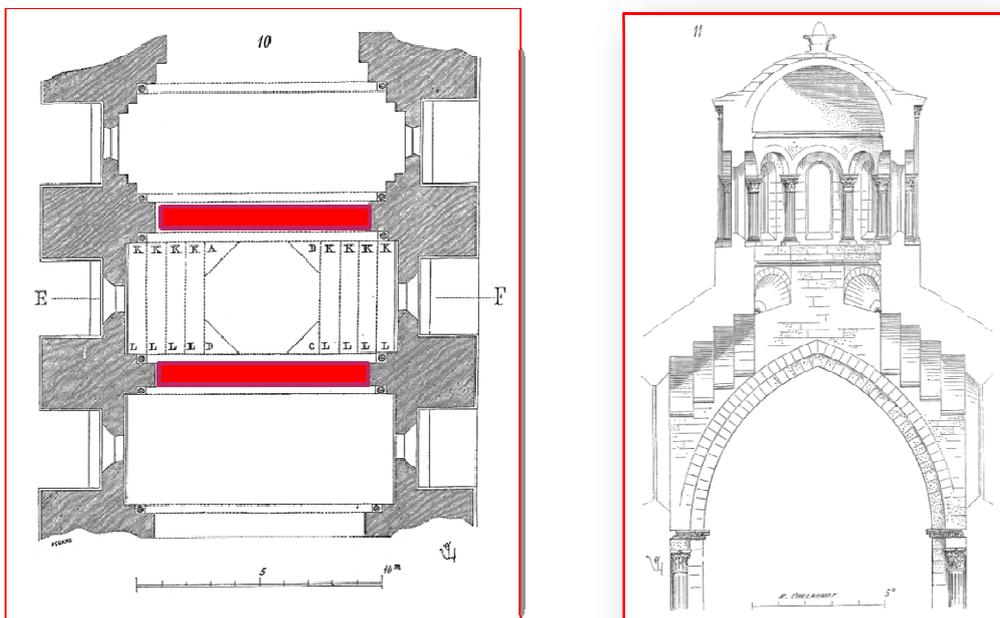
### 2. Passage indirect :

Plusieurs solutions sont adoptées par les architectes et les géomètres pour passer d'un rectangle au plan à un cercle au niveau du toit :

#### 2.1. Dans l'architecture Occidentale :

Les architectes occidentaux ont préféré passer par le carré pour arriver au cercle ; Voici le plan de l'église *Notre Dame des Dons Avignon* (Fig.70),

A l'aide de huit arcs longitudinaux plein cintre, en encorbellement les uns sur les autres, reposent sur les deux grands arcs doubleaux, ainsi que l'indiquent les lignes ponctuées KL sur notre plan, ils ont arrivé au carré parfait ABCD.



**Fig.71** Coupole, église Notre Dame des Dons Avignon sur le dictionnaire raisonné de l'architecture.

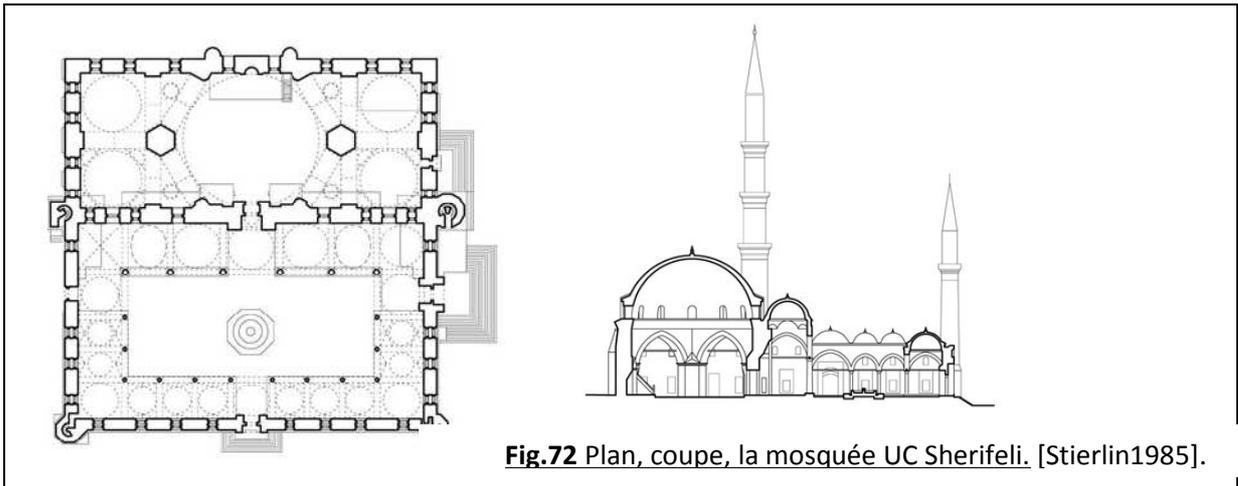
Et pour passer du carré au cercle, ils ont utilisé des trompes coniques (voir la coupe), qui assurent elle-même un passage indirect en passant par l'octogone (voir le passage indirecte du carré au cercle).

## 2.2. Dans l'architecture Islamique :

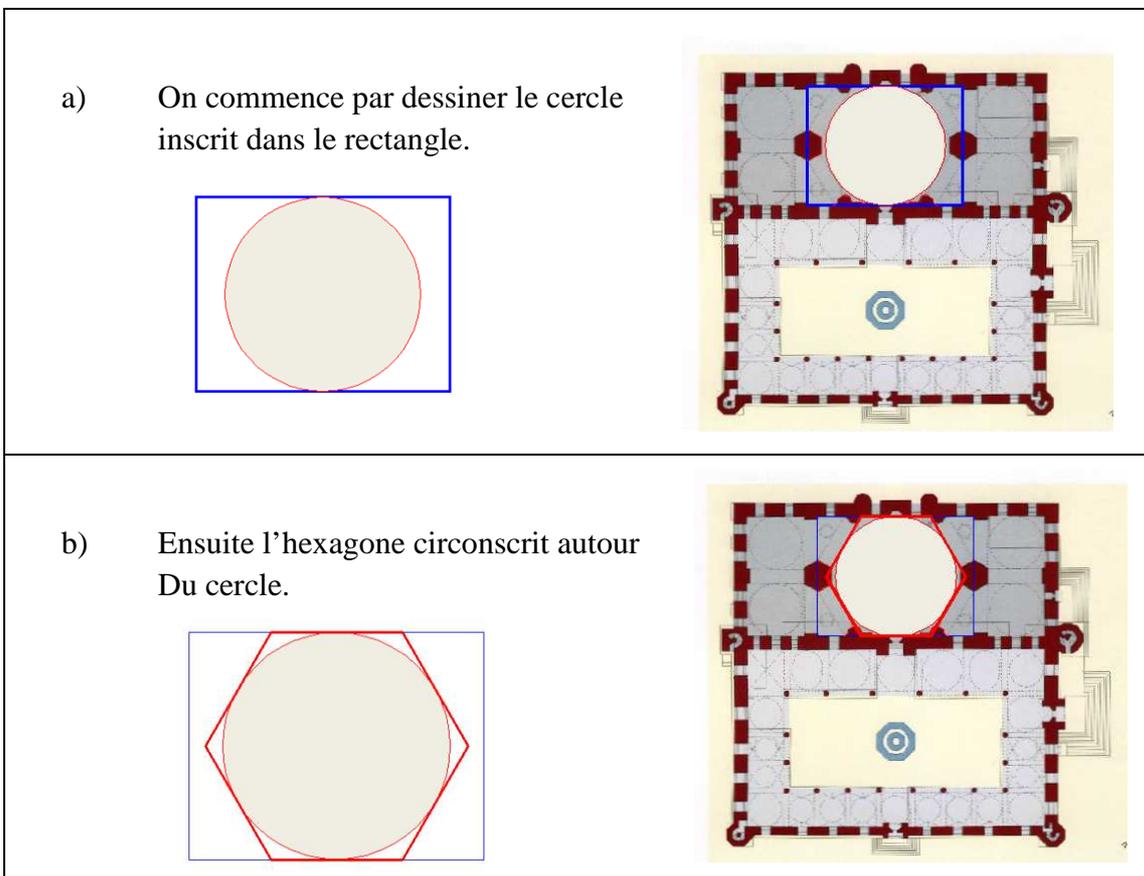
Pour passer d'un rectangle à un cercle, les musulmans adoptent une manière plus simple, en passant par un hexagone au milieu.

Pour le paramétrage de ce type de coupole, on a d'abord analysé son plan ; puis on a élaboré des hypothèses de tracés géométriques qui nous ont facilité la modélisation.

### 2.2.1. **Exemple 1:** La mosquée UC Sherifeli .

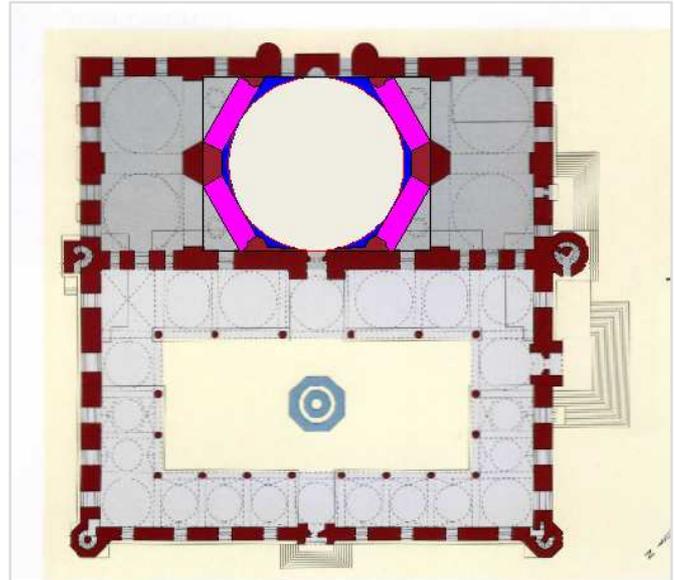
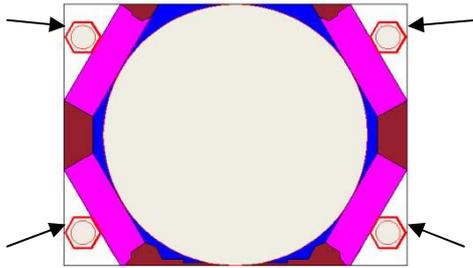


### L'élaboration d'un tracé géométrique :



Donc on obtient le tracé des quatre arcs doubleaux sous forme hexagonale, qui assurent le passage du rectangle à l'hexagone (fig.72).

pour le couvrement des petits angles résiduels entre le rectangle et l'hexagone ils ont introduit des petites coupoles hexagonales.

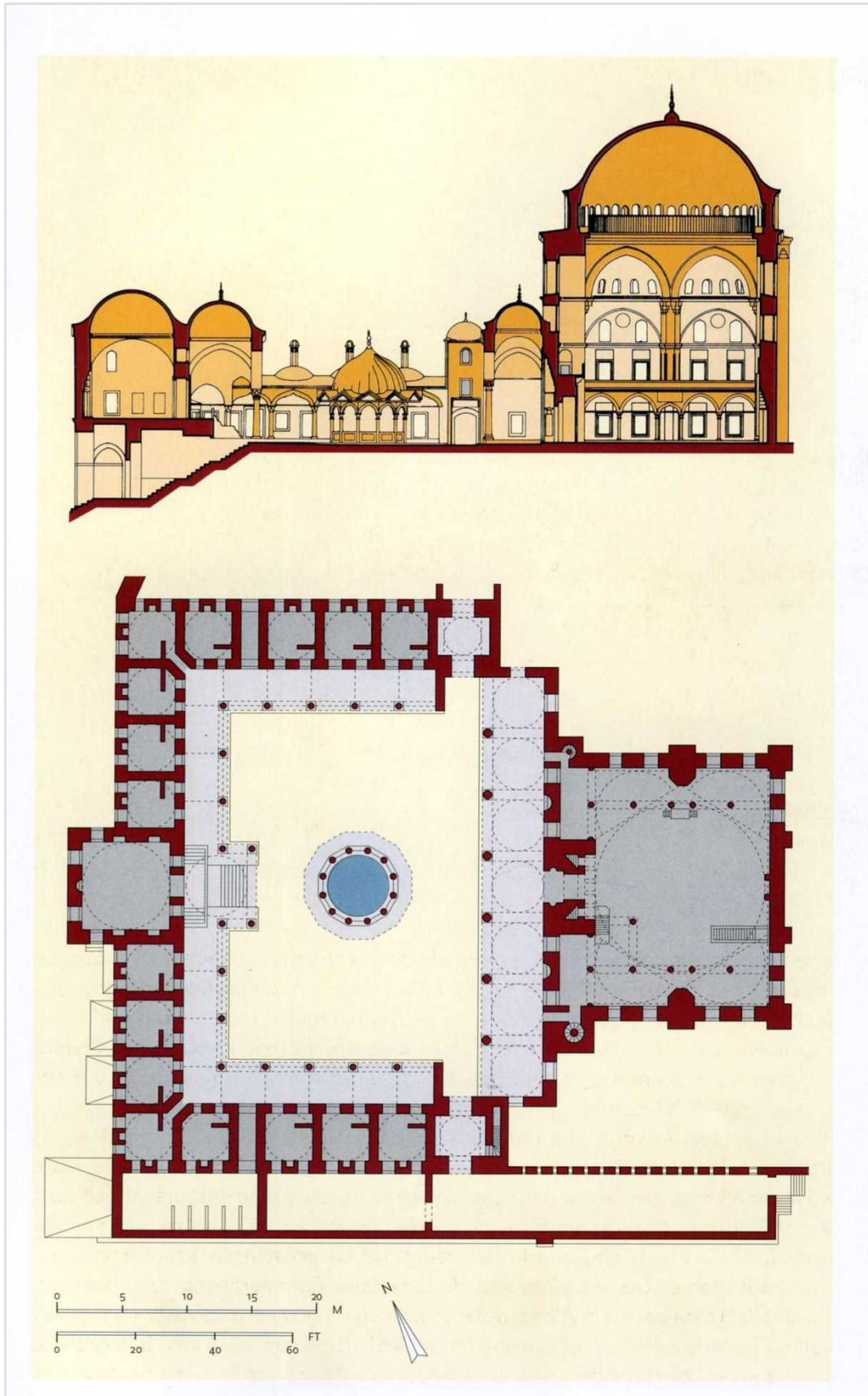


**Fig.73** Analyse du plan, la mosquée UC Cheréféli.

Pour le deuxième passage de l'hexagone au cercle, l'architecte SINAN a procédé à une technique géométrique très complexe avec **des stalactites (muquarnas)**.



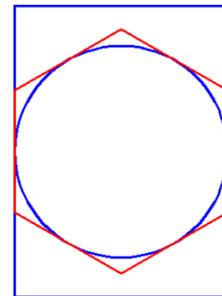
**Fig.74** Stalactites, la mosquée UC Cheréféli. D'Edirne.

**2.2.2. Exemple 2 :** La mosquée Sokoullou Djami, Istanbul [Stierlin1985].

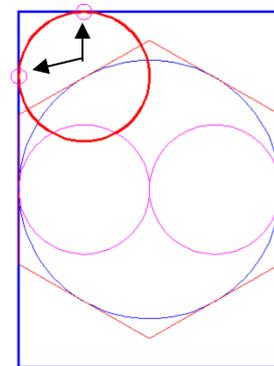
**Analyse du plan :**

La différence par rapport à l'exemple précédent c'est que dans ce type l'architecte a traité les angles déduits entre le rectangle et l'hexagone d'une manière différente, en utilisant des trompes en cul-de-four.

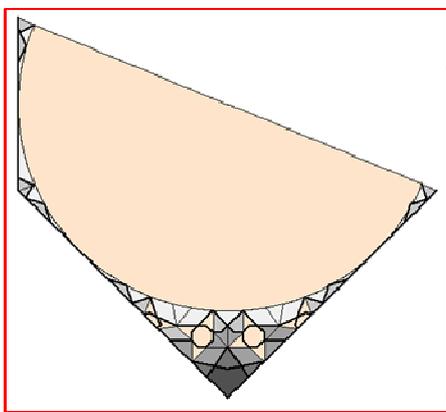
1) De la même façon décrite avant, on obtient l'hexagone circonscrit autour du cercle de base de la coupole, et qui détermine les arcs doubleaux.



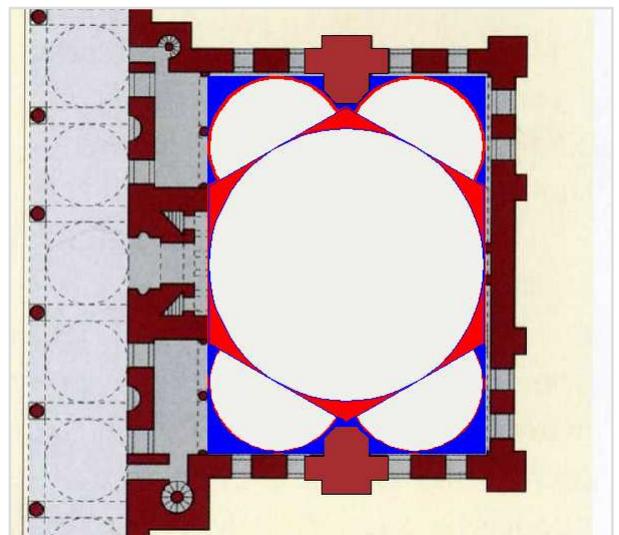
2) Pour les demi-cercles de base des culs-de-four on les obtient à travers le Cercle qui a un diamètre égal au rayon de la coupole centrale, et les deux cotés du rectangle comme deux tangentes.



- Donc pour la coupole centrale ; un premier passage du rectangle à l'hexagone se fait par des trompes en cul de four, ensuite de l'hexagone au cercle par des pendentifs (Couleur rouge Fig74). Pour le cul-de-four, les stalactites assurent la transition carré-cercle (Fig. 73), (Couleur bleu Fig74).



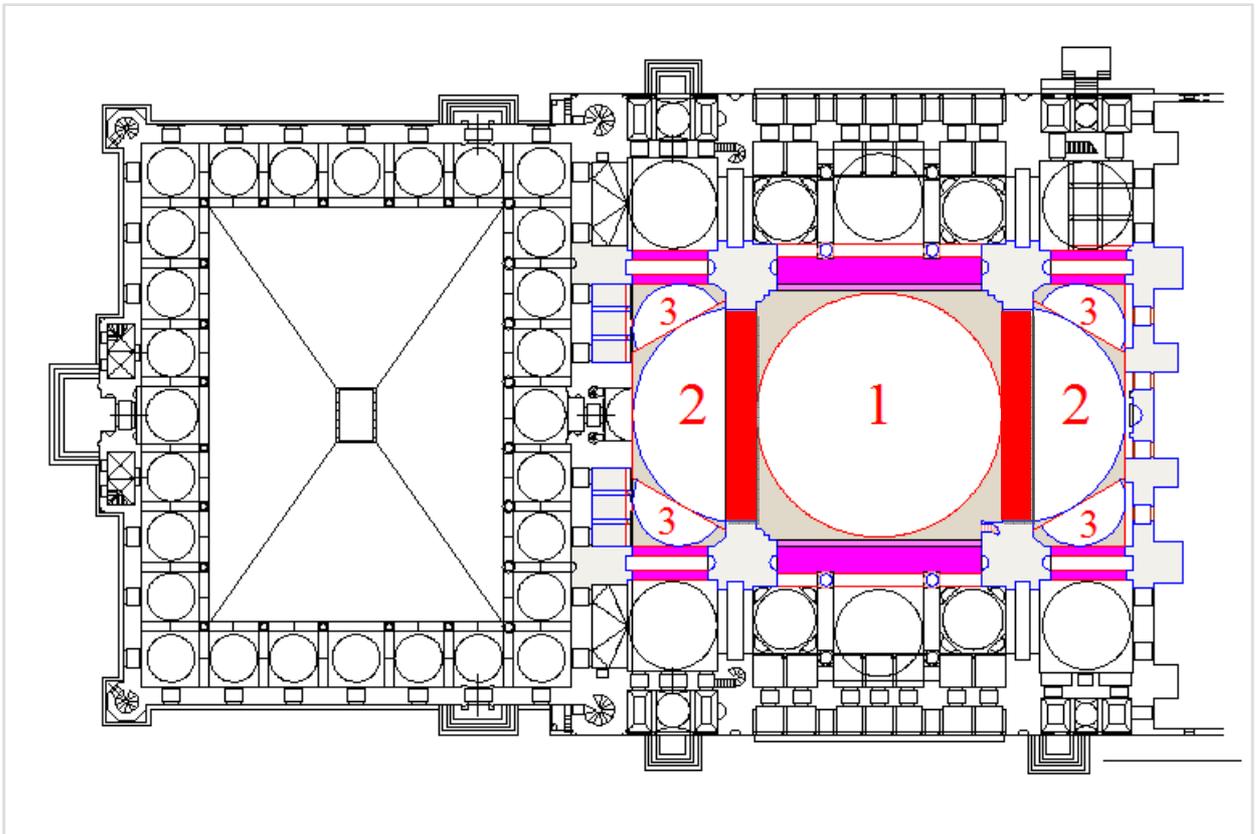
**Fig.75** Stalactites, la mosquée Sokoullou Djami.



**Fig.76** Analyse du plan, Sokoullou Djami.

**2.2.3. Cas particulier :** Coupole contrebutée par deux demi-coupoles élevées sur plan Hexagonal (Exemple de la mosquée Suleymaniye à Istanbul) :

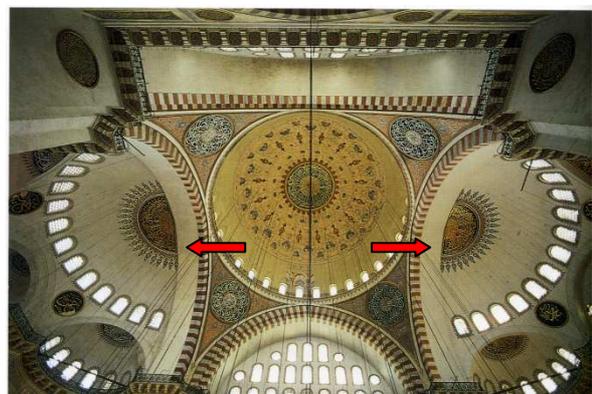
**Analyse du Plan :**



**Fig.77** Analyse du plan, la mosquée Suleymaniye à Istanbul.

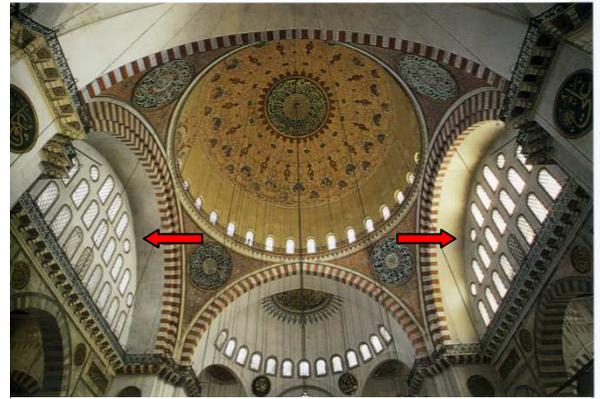
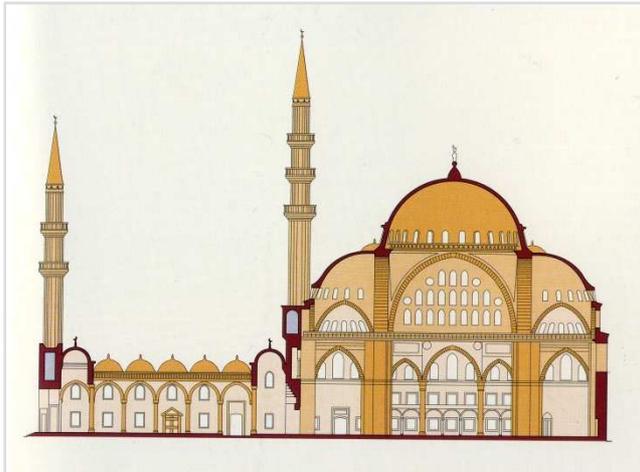
**(1) :** Coupole centrale ; transition directe du carré au cercle avec des pendentifs (Fig.75).

**■** - **Arc doubleaux** accompagnés de deux demi-coupoles de contrebutement.



**Fig.78** Arcs doubleaux, La mosquée Suleymaniye.

 - Arc doubleaux latéraux Surmontent deux murs tympan.



**Fig.79** Murs tympan, La mosquée Suleymaniyé.

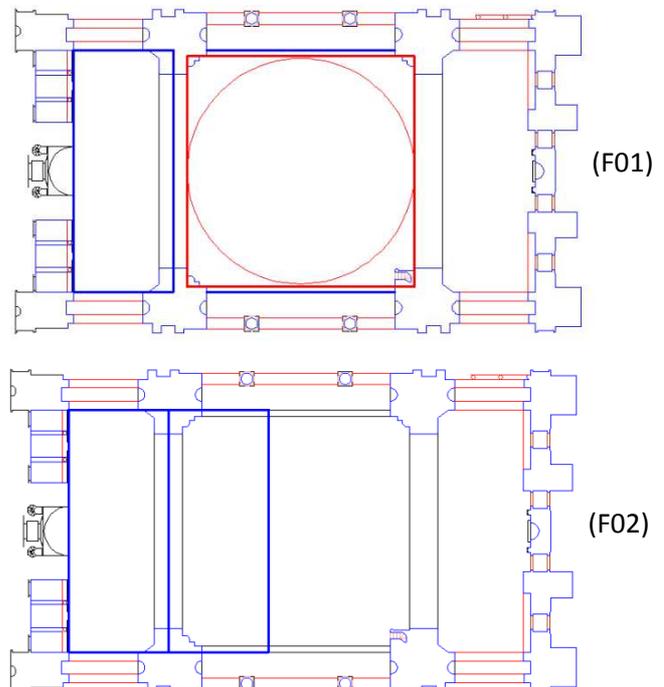
**(2)** : Deux demi-coupoles de contrebutement (Fig.75),

Dans ce type les deux demi-coupoles ne sont pas sur un plan carré mais sur un plan rectangulaire.

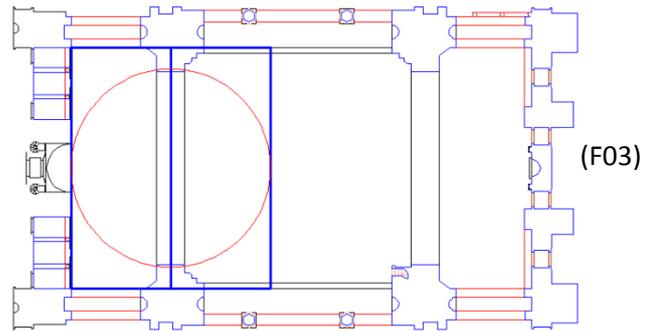
### Paramétrage :

A partir de l'analyse faite sur des plans et schémas de plusieurs autres exemples de ce type de mosquée, on a établi un tracé géométrique qui permet de modéliser toutes les coupes de ce type.

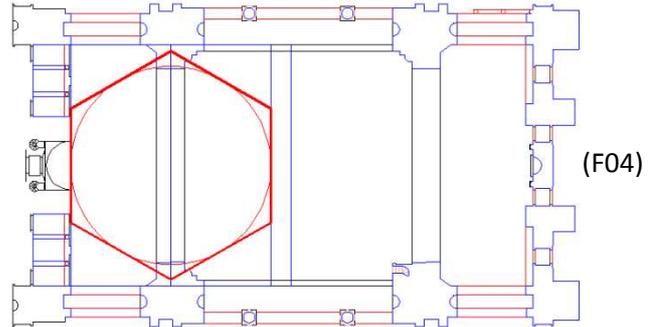
a) Trouver le plan rectangulaire des deux demi-coupoles (F 01 et 02)



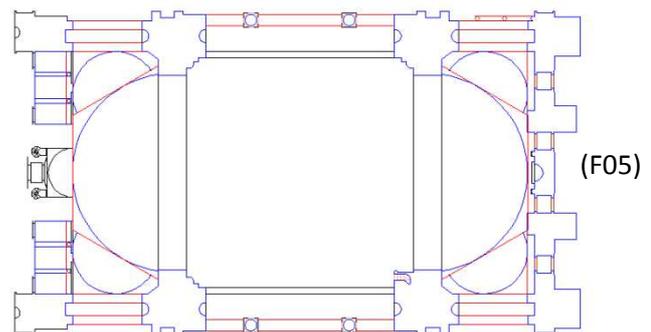
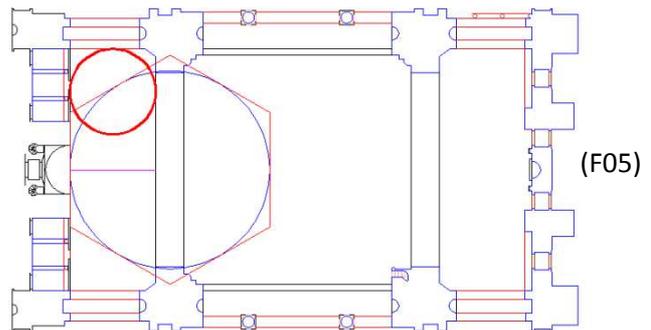
b) Tracer le cercle inscrit dans ce rectangle (F 03).  
C'est le cercle de base de notre demi-coupole.



d) Dessiner l'hexagone circonscrit autour du cercle (F 04).  
C'est les deux arrêtes inclinées de l'hexagone qui déterminent l'arc appareillé qui borde les culs-de-four.



c) Dédution des culs-de-four, à partir du traçage du Cercle qui a un diamètre égal au rayon de la demi-coupole, et les deux cotés du rectangle comme deux tangentes (F 05 et 06).



- Donc pour les deux demi-coupoles de contrebutement; un premier passage du rectangle à l'hexagone se fait encore par des petites demi-coupoles en cul-de-four, ensuite de l'hexagone au cercle par des pendentifs.

Et pour le passage du mur aux culs-de-four, ce sont les **stalactites** qui assurent la transition.

## II.2. Paramétrage des éléments secondaires:

### Mur tympan percé d'ouvertures:

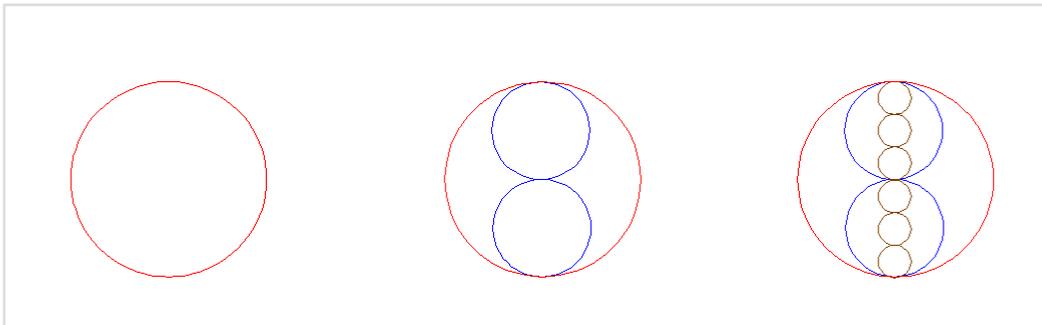
1. **Cas des coupoles Suleymaniyé** (on a donné ce nom aux coupoles contrebutées de deux demi-coupoles, dans le cas d'un passage direct.)

Nous avons cherché à trouver des rapports entre les différents paramètres ; la largeur du mur tympan, la largeur des ouvertures percées le dessus, leurs hauteurs et les espacements entre eux.

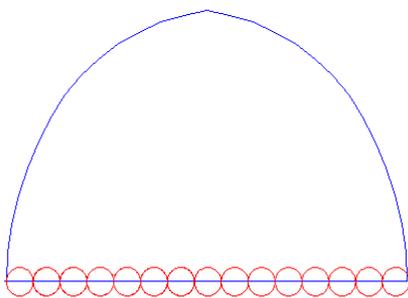
Pour cela on a utilisé une simple technique de cercles ; chaque paramètre va être défini par un certain nombre de cercles de différents diamètres.

Tous les cercles ont des rapports entre eux :

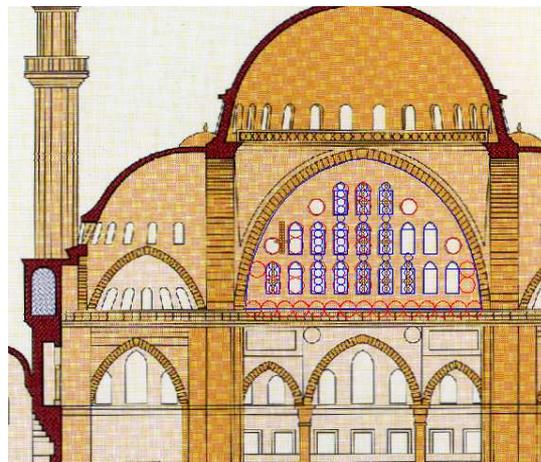
01 Cercle rouge = 02 C. Bleus = 06 C. Bruns



### La largeur du mur tympan



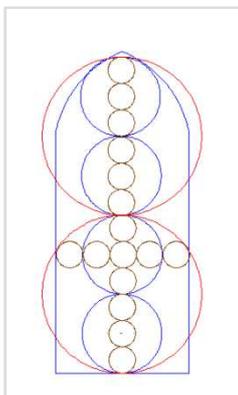
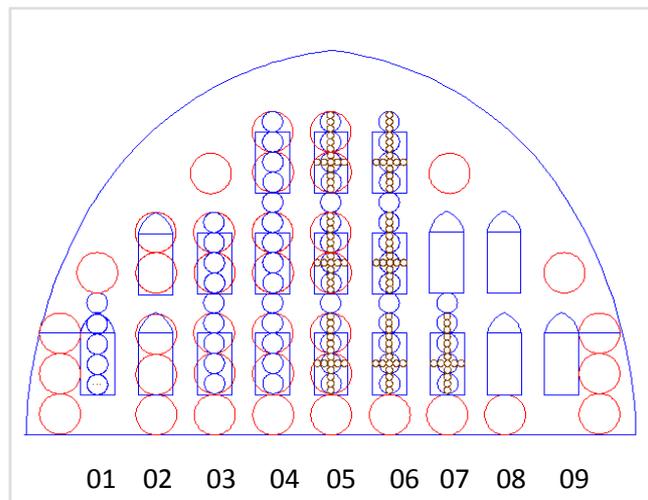
Largeur = 15 Cercle rouge.



**Fig.80** Analyse des murs tympan,  
La mosquée Suleymaniyé à Istanbul.

- **Ouvertures :**

Allège	01 Cercle rouge.
Hauteur	02 Cercles rouges
Largeur	05 Cercles Bruns.
Espacement	01 Cercle bleu.



Donc on obtient les rapports :

Hauteur d'une ouverture =

02 fois l'allège.

04 fois l'espacement entre ouverture.

12/05 fois la largeur.

Trois étages d'ouvertures ;

Etage 01 : contient 09 ouvertures.

Etage 02 : contient 07 ouvertures du type décrit, et deux autres Circulaires (01 cercle rouge)

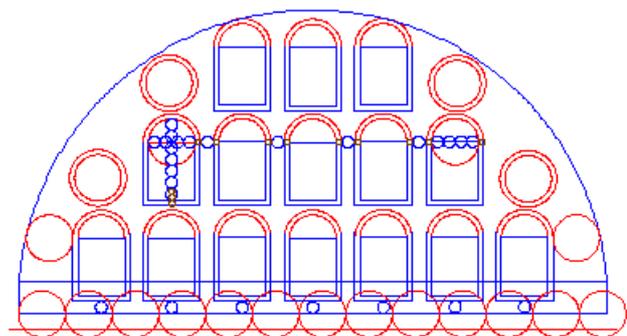
Etage 03 : contient 03 ouvertures, et deux circulaires aux extrémités.

## 2. **Cas des coupes Mihrimah** (coupes avec arcs doubleaux en plein cintre, PD.)

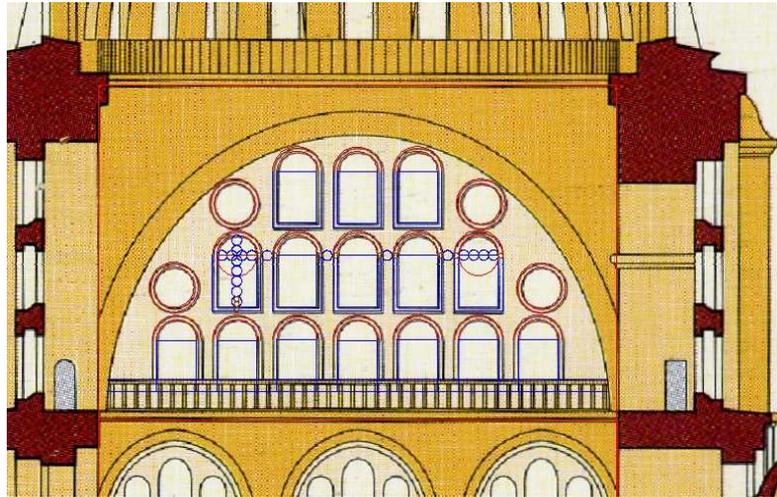
### **La largeur du mur tympan**

Largeur = 12 et demi cercles rouges.

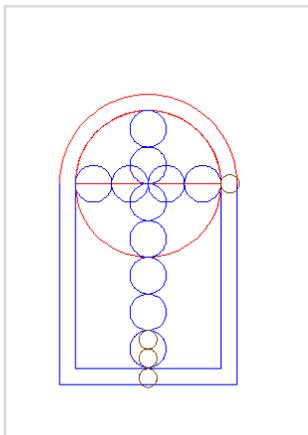
Ce qui signifie 12 et demi la largeur d'une ouverture.



**Fig.81** analyse des murs tympan, La mosquée Mihrimah Djami

- Ouvertures :

**Fig.82** analyse des ouvertures,  
La mosquée Mihrimah Djami



On obtient les rapports :

Hauteur d'une ouverture =

07 fois l'allège.

07 fois l'espacement entre ouvertures.

07/04 la largeur d'ouverture.

14 fois le cadre.

Dans ce type, on a trois étages d'ouvertures ;

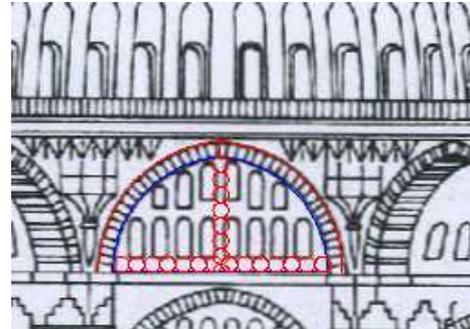
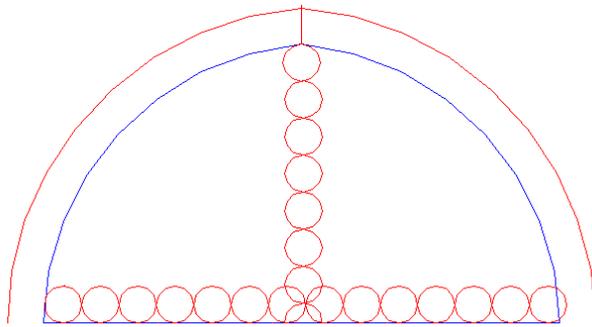
Étage 01 : contient 07 ouvertures du type décrit la haut.

Étage 02 : contient 05 ouvertures du même type, et deux autres circulaires aux extrémités (diamètre = un cercle rouge).

Étage 03 : contient 03 ouvertures, et deux autres circulaires aux extrémités (diamètre = un cercle rouge).

### 3. Cas des coupes Sélimyé (dans le cas d'un passage indirect.)

#### La largeur du mur tympan



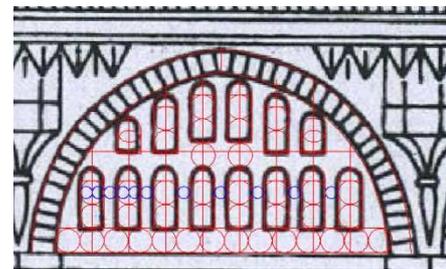
**Fig.83** analyse des murs tympan, La mosquée Sélimyé d'Edirne.

Largeur = 14 Cercle rouge

Donc 14 fois la largeur d'une ouverture.

#### - Ouvertures :

Allège	01 Cercle rouge.
Hauteur	02 Cercles rouges et demi. (05 Bleus)
Largeur	01 Cercle rouge (02 bleus).
Espacement	01 Cercle bleu.



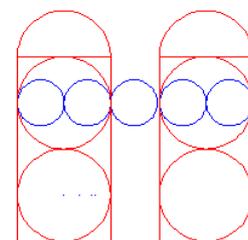
Donc on obtient les rapports :

Hauteur d'une ouverture =

02 fois et demi l'allège.

02 fois l'espacement entre ouverture.

05/02 fois la largeur.

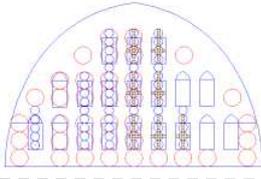
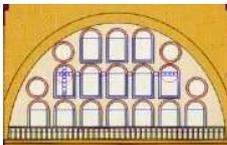
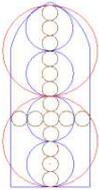
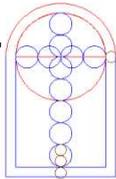
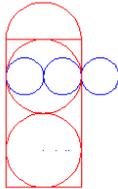


Dans ce type, on trouve deux étages d'ouvertures ;

Etage 01 : contient 08 ouvertures du type décrit la haut.

Etage 02 : contient 04 ouvertures du même type, et deux autres aux extrémités (hauteur = un cercle rouge et demi).

**Tableau des paramètres :**

	Type Suleymaniyyé			Type Mihrimah			Type Sélimiyé				
	 <p>Cercle Rouge = 1/15 L d'Arc. Cercle Bleu = 1/30 L d'Arc. Cercle Brun = 1/90 L d'Arc.</p>			 <p>C Rouge = 2/25 L d'Arc. C Bleu = 1/100 L d'Arc. C Brun = 1/200 L d'Arc.</p>			 <p>C Rouge = 1/14 L d'Arc. C Bleu = 1/28 L d'Arc.</p>				
Paramètres											
<b><u>Ouverture :</u></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Largeur</li> <li>- Hauteur</li> <li>- Cadre</li> <li>- Forme linteau                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Plein cintre</li> <li>- Arc Brisé</li> </ul> </li> </ul>			<p>05 C Brun = 5/90 L 02 C Rouge = 2/15 L</p>  <p>Arc Brisé</p>			<p>04 C Bleu = 1/25 L 07 C Bleu = 7/100 L</p>  <p>Plein cintre</p>			<p>02 C Bleu 05 C Bleu</p>  <p>Arc Brisé</p>	
<b><u>NB Etages d'ouverture</u></b>	03			03			02				
<b><u>Mur Tympan :</u></b>	Etage 01	Etage 02	Etage 03	Etage 01	Etage 02	Etage 03	Etage 01	Etage 02			
- Nb Ouverture	09	09	05	07	07	05	08	06			
- Hauteur allège	01 C R	01 C B	01 C B	01 C B	01 C B	01 C B	01 C R	01 C B			
- Espacement	01 C B	01 C B	01 C B	01 C B	00	00	01 C B	01 C B			
- Ouvertures centrales Surhaussées : (O, N)	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui			
- Nombre	-	-	-	-	-	-	-	02			
- décalage	-	-	-	-	-	-	-	01 C B			
- changement de taille : (O, N)	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non			
- F Echelle : X	-	-	-	-	-	-	-	-			
- F Echelle : y	-	-	-	-	-	-	-	-			
- changement de forme aux extrémités : (O, N)	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Oui			
- Circulaire	-	Circulaire	Circulaire	-	Circulaire	Circulaire	-	-			
- diamètre	-	01 C R	01 C R	-	01 C R	01 C R	-	-			
- Petite	-	-	-	-	-	-	-	Petite			
- Hauteur	-	-	-	-	-	-	-	03 C Bleu			

## **Conclusion :**

Notre objectif de stage était d'étendre à un nouveau champ d'application la modélisation paramétrique à l'aide de l'outil de génération d'objets paramétrés GOP, et d'aborder d'autres styles architecturaux, que les styles classiques et gothiques.

Pour cela on a choisi comme objet d'étude la coupole, ouvrage universel qui nous a ouvert les portes sur tous les styles d'architectures : le style romain, Byzantin, Islamique et le style roman.

Suite à une démarche de travail faite d'une succession d'étapes d'analyses, nous avons réussi à classifier la coupole dans un organigramme typologique, qui définit les différentes manières de transition entre le plan d'un tracé géométrique régulier et le cercle de la coupole, ainsi que les techniques constructives adoptées à travers l'histoire de l'architecture.

Ce travail d'analyse a permis d'identifier chaque type avec ses propres paramètres, et de le rendre facile à modéliser à travers l'ajustement aux données laser mesurées.

On a pu paramétrer quelques types comme la coupole sur pendentifs, avec ses variations ;

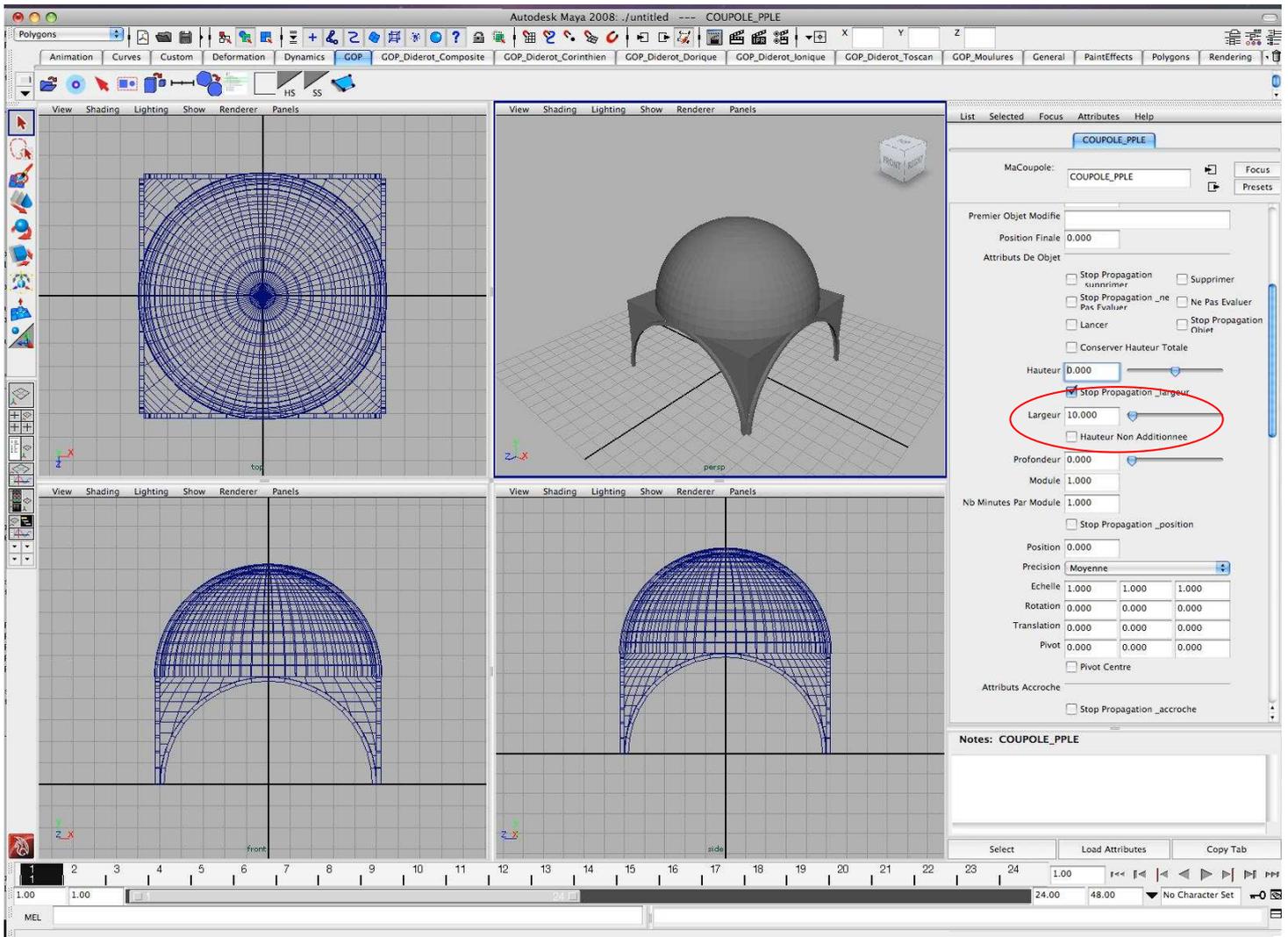
- Coupole sur arc doubleaux en plein cintre.
- Coupole sur arc doubleaux brisés.
- Coupole contrebutée de deux demi coupole.
- Coupole octogonale (le cas d'un passage indirect)

Paramétrer tous les types et les variations étudiées, est un travail qui dépasse les limites de notre stage et qui nécessite beaucoup plus de temps au niveau de l'analyse qu'au niveau du paramétrage.

Nous concluons que ce travail a permis de faire les premiers pas vers un nouveau champ d'applications de la modélisation paramétrique, et a ouvert des perspectives d'avenir au générateur GOP au travers d'une géométrie plus complexe comme celle des Muquarnas.

### III. Exemples réalisés avec GOP

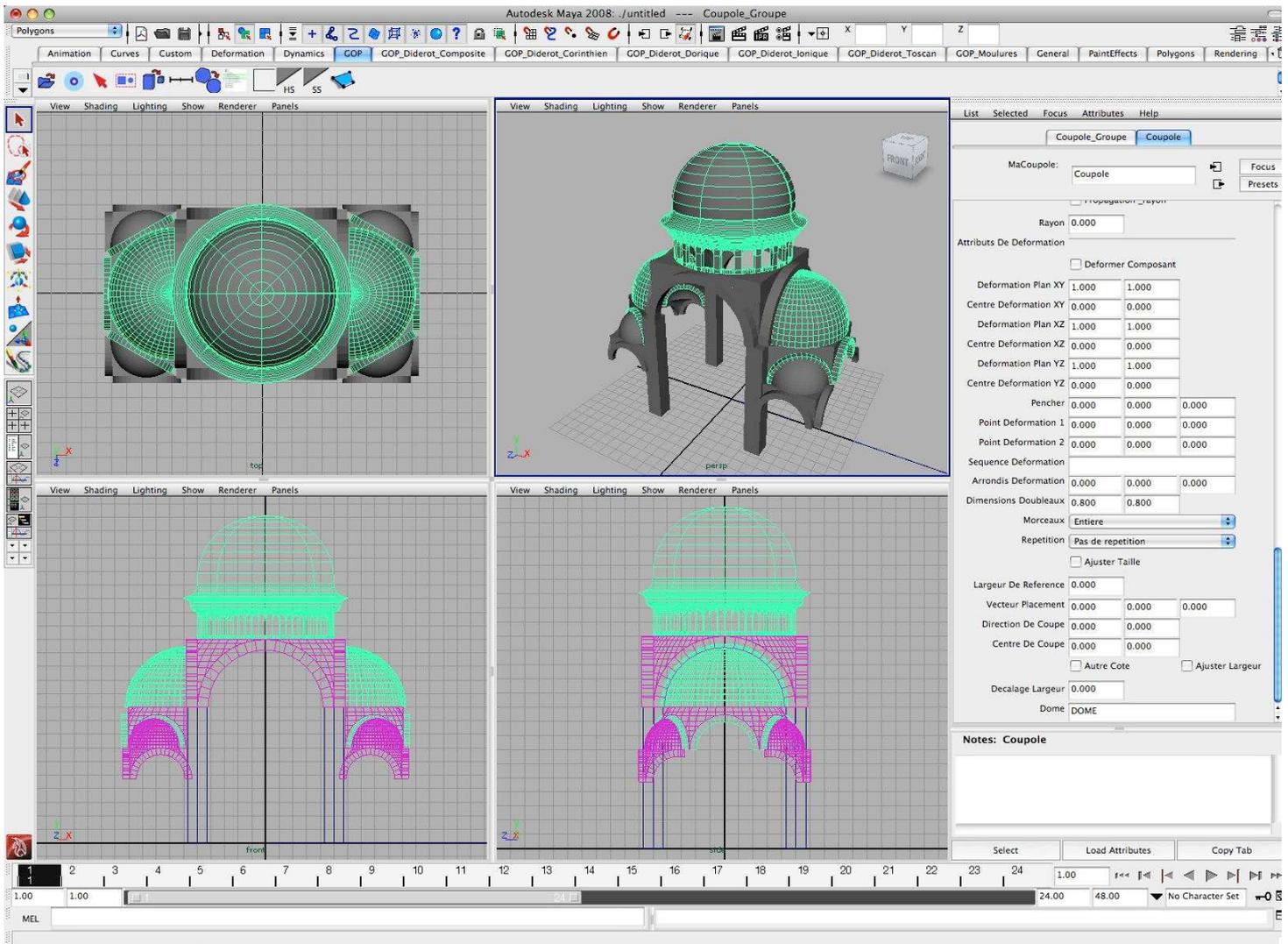
#### Exemple 1 : Cas du passage direct du carré au cercle, arc doubleaux en plein cintre



#### 1. Capture Ecran, Autodesk Maya, Coupole sur pendentifs, changement des paramètres.

Tous les paramètres sont déduits à partir d'un seul élément, le côté du plan carré, c'est la largeur des arcs doubleaux.

L'utilisateur peut changer ce paramètre sur la barre des attributs du modèleur « Attribute Editor ».

**Exemple 2 : Coupole contrebutée de deux demi-coupoles :****2. Capture Ecran, Autodesk Maya, Coupole contrebutée de deux demi-coupoles, changement des paramètres.**

**Le fichier descriptif contenant les valeurs des paramètres (.IV):**

```

IvComposant
{
    nbMinutesParModule 1
    -----
# Les 4 piliers

    IvSurfaceMouluree
    {
        nbInstances 4 rayon 0
        surface QUATRE_COTES
        translation 5 0 5
        IvMoulure { hauteur 10 rayonBas 0.7 typeMoulure RECTILIGNE }
    }
    -----
# Coupole centrale

    IvCoupole
    {
        stopPropagation_largeur TRUE
        largeur 10
        dimensionsDoubleaux 0.8 0.8

        #-----
        # le dome de la coupole principale

        dome DEF DOME IvSurfaceMouluree
        {
            IvMoulure
            {
                hauteur 2
                rayonBas 5
                typeMoulure RECTILIGNE
                canelures TRUE
                nbCanelures 20
                intervalleCanelures 0.5
                profondeurCanelure 0.5
                # basArrondi FALSE
                hautArrondi TRUE
                hauteurFinCanelures 0.1
                hauteurDebutCanelures 0.3
                canelureOuverte TRUE
                stopPropagation_epaisseurSurface TRUE
                epaisseurSurface 0.3
            }

            IvMoulure { hauteur 0.5 rayonBas 5 typeMoulure LES_HAUT }
            IvMoulure { hauteur 0.5 rayonBas 5.5 typeMoulure CAVET_HAUT }
            IvMoulure { hauteur 0.1 rayonBas 6 typeMoulure RECTILIGNE }
            IvMoulure { hauteur 1 rayonHaut 5 typeMoulure CAVET_BAS }
        }
    }
}

```

```
IvMoulure {      hauteur 5 rayonBas 5 rayonHaut 0 typeMoulure ARC_EXT
decalageCentre 3.154 }
}

#-----
# Du côté Est, Coupole de Contrebutement.

DEF COUP1 IvCoupolePolygonale
{
    nbCotes 6
    dimensionsDoubleaux 0.5 0.5
    morceaux DEMIE
    hauteur 3
    decalageLargeur 0.1

    IvVide {}
#-----
# Les 2 culs de four en dessous les coupoles de contrebutement

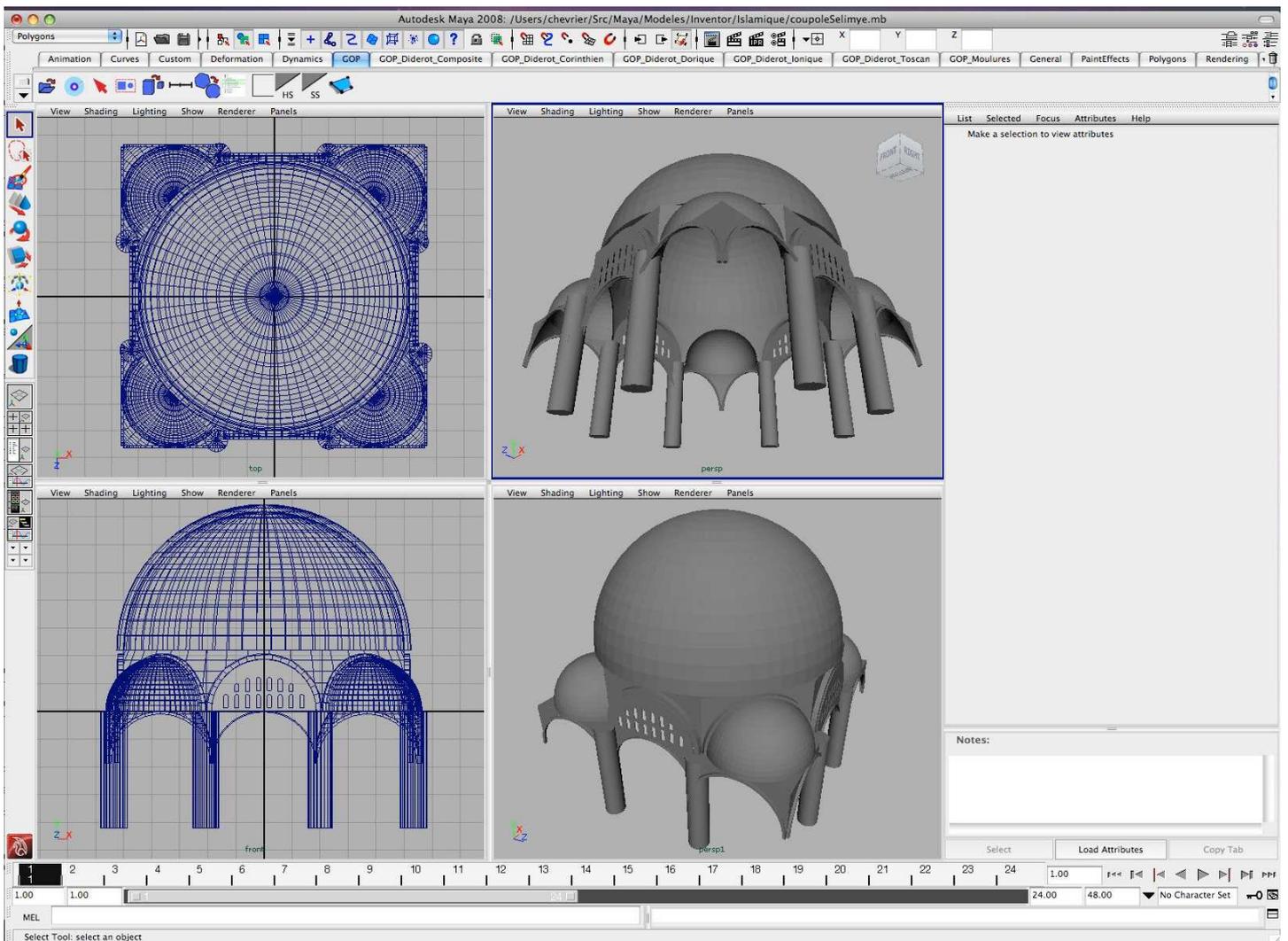
DEF COUP2 IvCoupole
{
    dimensionsDoubleaux 0.5 0.5
    morceaux DEMIE_DIAGONALE
    morceaux AUTRE_COUPE
    centreDeCoupe -2 0
    directionDeCoupe 1 0.58
    # autreCote TRUE
    ajusterLargeur TRUE
}

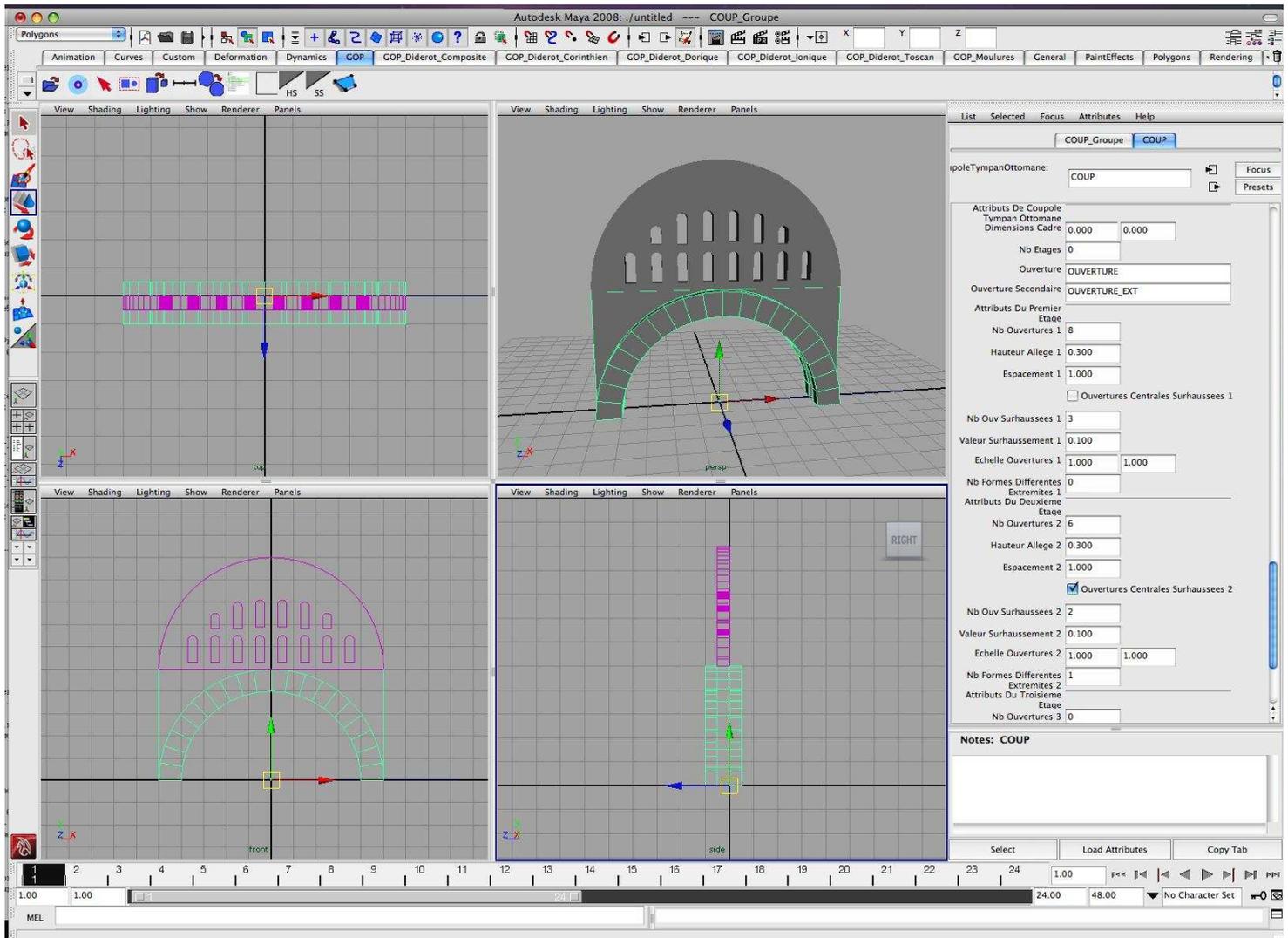
DEF COUP2 IvCoupole
{
    dimensionsDoubleaux 0.5 0.5
    morceaux DEMIE_DIAGONALE
    morceaux AUTRE_COUPE
    centreDeCoupe 2 0
    directionDeCoupe 1 -0.58
    # autreCote TRUE
    ajusterLargeur TRUE
}

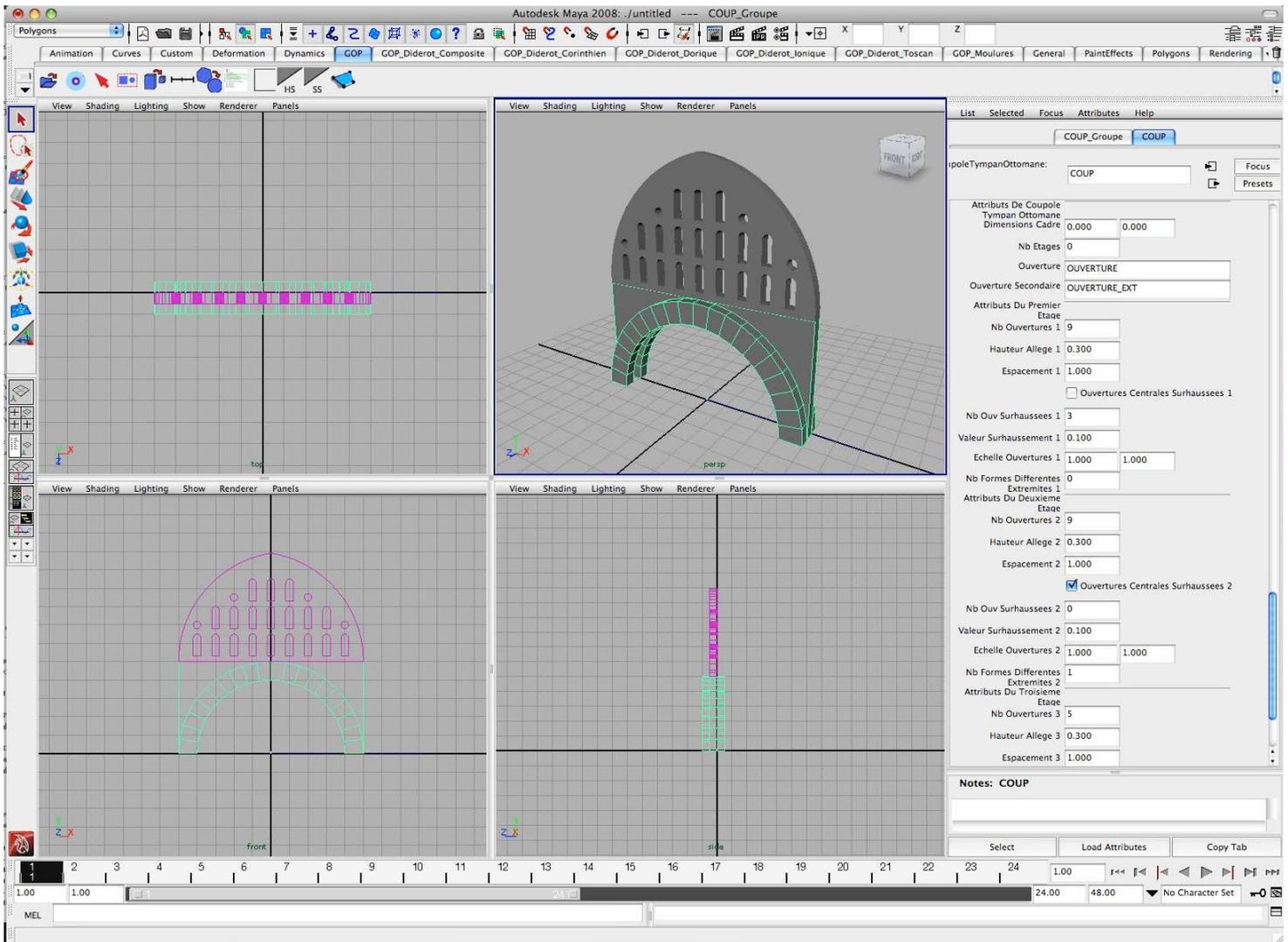
}

#-----
# Du côté Nord, Rien n'est attaché au doubleau
IvVide {}

#-----
# Du côté Ouest, même coupole de Contrebutement
USE COUP1
}
}
```

**Exemple 3 : Cas du passage indirect du carré au cercle, trompes en culs de four.****3. Capture Ecran, Autodesk Maya, Coupole octogonale, quatre culs de four et quatre murs tympan.**

**Mur tympan Sélimyé (mur tympan des couples octogonales) :****4. Capture Ecran, Autodesk Maya, mur tympan, Coupole octogonale,  
Changement des paramètres dans « Attribute Editor ».**

**Mur tympan Suleymaniye (mur tympan des coupes contrebutées) :**

**5. Capture Ecran, Autodesk Maya, mur tympan, Coupole Contrebutée,  
Changement des paramètres dans « Attribute Editor ».**

Table des figures :

Figure 1. La stéréoscopie .....	5
Figure 2. La photogrammétrie multi-images .....	5
Figure 3. La restitution d'un décor sculpté. Façade sur jardin de l'hôtel de Sully a paris. ....	7
Figure 4. La restitution d'un décor sculpté. Façade sur jardin de l'hôtel de Sully a paris. ....	8
Figure 5. Superposition photographie/nuage de points .....	8
Figure 6. Paramétrage des arcs doubleaux. ....	10
Figure 7. Façade coupe du Panthéon de Rome.....	13
Figure 8. Plan, Panthéon de Rome .....	13
Figure 9. photo d'intérieur Panthéon de Rome .....	13
Figure 10. Coupe du mur de la rotonde .....	14
Figure 11. Sainte-Sophie, Byzance, 532 AP. J-C .....	14
Figure 12. Dôme du Rocher, Jérusalem, 688 AP. J-C .....	15
Figure 13. Muquarnas de la Suleymaniyé, Istanbul .....	16
Figure 14. Coupole d'église Montbron .....	16
Figure 15. modèle 3D d'une coupole Islamique .....	17
Figure 16. SH.Principe: Arcs doubleaux d'une coupole .....	18
Figure 17. SH.Principe: pendentifs .....	18
Figure 18. SH.Principe: Trompes .....	19
Figure 19. Muquarnas du palais de l'Alhambra de Grenade .....	19
Figure 20. Coupole a muquarnas. ....	20
Figure 21. Coupole a nervures rayonnantes .....	20
Figure 22. Coupole a nervures entrecroisées. ....	20
Figure 23. Tambour circulaire, église Saint-Michel, Bruxelles. ....	20
Figure 24. Mur tympan percé d'ouvertures. ....	21
Figure 25. Sainte-Sophie de Constantinople, dictionnaire raisonné d'architecture. ....	26
Figure 26. Paramétrage, Sainte-Sophie de Constantinople.i .....	26
Figure 27 , Paramétrage, Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre ..	27
Figure 28. Paramétrage, Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre ...	27
Figure 29. Paramétrage, Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre ...	27
Figure 30. Paramétrage, Courbe génératrice des pendentifs et arcs doubleaux en plein cintre ...	27
Figure 31. Plan, coupe, Mihrimah Djami .....	28
Figure 32. Coupole de Mihrimah. ....	28
Figure 33. Plan, Selim Ier .....	28
Figure 34. Coupe, Selim Ier .....	28
Figure 35. Schéma coupole Saint Front Périgueux .....	29
Figure 36. L'arc plein cintre .....	30
Figure 37. L'arc brisé tiers-point .....	30
Figure 38. L'arc brisé quinte point .....	30
Figure 39. L'arc de deux quarts et demi .....	30
Figure 40. Exemple de la mosquée Sokullu Djami, .....	31
Figure 41. de la mosquée Shézáde Djami à Istanbul. ....	31
Figure 42. Arcs doubleaux & cercle de base de la coupole .....	32
Figure 43. Déduction des pendentifs .....	32
Figure 44. La largeur des arcs .....	33
Figure 45. Tracés Géométrique de la coupole de Saint-Front, Périgueux. ....	34
Figure 46. L'arc sept points .....	34
Figure 47. L'extrusion du carré de base .....	35
Figure 48. L'hauteur des pendentifs. ....	35
Figure 49. L'obtention des pendentifs. ....	35
Figure 50. Courbe génératrice des pendentifs. ....	36
Figure 51. Exemple de la mosquée Bayazid II à Istanbul. ....	37
Figure 52. Coupole contrebutee. ....	38
Figure 53. Coupole de la mosquée Bayazid II .....	38
Figure 54. Les petites coupoles latérales de la Suleymaniyé, Istanbul. ....	39

Figure 55. Projection horizontale des deux petites coupoles latérales de la Suleymaniyé. ....	40
Figure 56. Analyse des formes composantes du Muquarnas .....	40
Figure 57. La mosquée Yechil Djami (mosquée verte) Borsa. ....	42
Figure 58. La coupole Yechil Djami .....	42
Figure 59. projection horizontale, La coupole Yechil Djami .....	42
Figure 60. Trompe en coquille inscrites dans un arc appareillé. ....	43
Figure 61. Coupole de la grande mosquée de Sousse (Tunisie). ....	43
Figure 62. Coupole de la mosquée Ribat de Sousse. ....	43
Figure 63. La coupole de l'église Saint Nicodème d'Athènes.....	44
Figure 64. La mosquée Sélimyé d'Edirne. ....	44
Figure 65. Projection horizontale, élévation d'une trompe d'angle. ....	47
Figure 66. Projection horizontale, élévation, model3D d'une trompe conique. ....	47
Figure 67. Exemple de Muquarnas, palais de l'Alhambra de Grenade .....	48
Figure 68. Découpe des 4 pièces principales. À partir d'un prisme triangulaire pour les deux premières, rhombique pour les deux autres. Les parties visibles sont colorées en rouge. [Jean Marc]. ....	48
Figure 69. Les 4 principales pièces de muqarnas 1 à 4, et leur représentation plane. La pièce numéro 5 est une variante de la pièce 1. [Jean Marc]. ....	49
Figure 70. Formation d'un groupe de muqarnas et variation faisant intervenir une nouvelle pièce, de section rectangulaire. [Jean Marc]. ....	49
Figure 71. Coupole, église Notre Dame des Dons Avignon .....	51
Figure 72. Plan, coupe, la mosquée UC Sherifeli. ....	52
Figure 73. Analyse du plan, la mosquée UC Sherifeli. ....	53
Figure 74. Stalactites, la mosquée UC Sherifeli. ....	53
Figure 75. Stalactites, la mosquée Visir Sokullu. ....	55
Figure 76. Analyse du plan, la mosquée Visir Sokullu. ....	55
Figure 77. Analyse du plan, la mosquée Suleymaniyé à Istanbul. ....	56
Figure 78. Arcs doubleaux, La mosquée Suleymaniyé à Istanbul. ....	56
Figure 79. Murs tympan, La mosquée Suleymaniyé à Istanbul. ....	57
Figure 80. Analyse des murs tympan, La mosquée Suleymaniyé à Istanbul. ....	59
Figure 81. Analyse des murs tympan, La mosquée Mihrimah Djami .....	60
Figure 82. Analyse des ouvertures, La mosquée Mihrimah Djami .....	61
Figure 83. Analyse des murs tympan, La mosquée Sélimyé d'Edirne. ....	62

## Bibliographie :

### Ouvrage :

Dictionnaire d'archéologie sacrée,

Auteur : De Jean Jacques Bourassé, Theophilus

Copie de l'exemplaire la New York Public Library, Numérisé en 2006.

[Freely1995] : Sinan architecte de Soliman.

Auteur : John Freely, Romano Burelli

Edition : Arthaud Ed, Paris 1992

[Golvin1979] : Essai sur l'architecture religieuse Musulmane.

Auteur : Golvin Lucien

Edition : Paris, Klincksieck. 1979

Le petit Robert, [1988]. Dictionnaire de la langue Française, Paris.

[Saudan1989] : Coupoles. Espaces symboliques et symboles de L'espace

Auteur : Saudan, Michel

Edition : Bibliothèque des Arts, Genève. 1989

[Stierlin1985] : Soliman et l'architecture Ottomane.

Auteur : Henri Stierlin

Edition : Payot, Paris. 1985

[Terre1987] : Architecture de terre: arcs, voutes et coupoles

Auteur : Ecole d'architecture de Grenoble.

Edition : Grenoble, 1987

[Terrin1997] : La quadrature du cercle, coupoles d'Orient et d'Occident.

Auteur : Jean-Jacques Terrin

Edition : l'Espérou, Montpellier, 1997

[Viollet-le-Duc.1978] : dictionnaire raisonné architecture Française XIe au XVIe siècle

Auteur : Eugène Viollet-le-Duc

Edition : Saint-Julien, de Sancey 1978

Thèses, mémoires et articles :

**[Conf03]** : Confrontation de la lasergrammétrie aux techniques de relevé conventionnelles et développement d'outils numériques pour la restitution architecturale.

Auteurs : A. Fuchs, E. Alby, R. Begriche, P. Grussenmeyer, J-P. Perrin

Année : 2003

MAP-CRAI: Centre de recherche en Architecture et Ingénierie - U.M.R. 694 MAP CNRS

MAP-PAGE Institut National des Sciences Appliquées, U.M.R. 694 MAP CNRS

**[DE LUCA06]** : Thèse sur : « Relevé et multi-représentations du patrimoine architectural »

Définition d'une approche hybride de reconstruction 3D d'édifices

Auteur : Livio DE LUCA

Année : 2006

Lieu : École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Centre d'Aix-en-Provence.

**[FUC06]** : Thèse sur : « Outils numériques pour le relevé architectural et la restitution archéologique »

Auteur : Alain FUCHS

Année : 2006

Lieu : Laboratoire MAP-CRAI.

**[GOU99]** : Modélisation 3D automatique, outils de géométrie différentielle.

Auteurs : GOULETTE (François)

Année : 1999

Les Presses de l'École des Mines, Paris

**[POG2007]** : Interactive Parametric Modelling

POG a tool the cultural heritage monument 3D reconstruction.

Auteur : C. Chevrier, J .P. Perrin

Année : 2007

CRAI UMR MAP , School of Architecture of Nancy.

**[Khal07]** : Mémoire sur : « la modélisation paramétrique »

Modélisation paramétrique d'une voute Gothique

Auteur : Ouladkouider Khaled

Année : 2007

Lieu : Laboratoire MAP-CRAI.

**[Mencil et al 98]** : Interpolation and Approximations of surfaces from Three Dimensional Scattered Data Point.

Auteurs : Mencil R, Mueller H

Année : 1998

State of the Art. Proceedings of Eurographics Conference. Lisbon, Portugal

### Web / bibliographie:

- International online community for architects, planners, urban designers, landscape architects, conservationists, and scholars.

<http://archnet.org>

- Architecture religieuse en Occident.

<http://architecture.relig.free.fr/accueil.htm>

- La coupole à muqarnas de la salle des deux soeurs à l'Alhambra de Grenade

<http://castera.net/entrelacs/public/articles/Venise04-fr.pdf>

- Muqarnas Visualization in the Numerical Geometry Group

<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/ngg/Muqarnas>

- Muqarnas : A Three-Dimensional Decoration of Islam Architecture

<http://www.tamabi.ac.jp/IDD/shiro/muqarnas>

- Broug Ateliers for Islamic Art & Architecture

<http://www.broug.com>

- Muqarnas in Blender, Modelling and Rendering

<http://pille.iwr.uni-heidelberg.de/~muq2/MuqarnasBlenderReport.pdf>